

ТЕХНИЧКО РЕШЕЊЕ

Назив	Поступак за вишециљну еволутивну оптимизацију импулсне поворке у полупроводничком импулсном Доплер радару, TR-720-203-21/01
Аутори	Милош Јевтић ¹ , Никола Зоговић ¹ , Стевица Граовац ² , Бранко Ковачевић ² ¹ Универзитет у Београду, Институт „Михајло Пупин“ ² Универзитет у Београду, Електротехнички факултет
Категорија	Ново техничко решење примењено на националном нивоу (M82) Доказ: рад отвореног приступа „Evolutionary multi-objective optimisation of the pulse burst waveform in solid-state VHF moving target detection radar“, категорије M22, доступан на: https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2019.0033 . Предметно техничко решење описано је у секцији 4 („Solution based on MOEA“) наведеног рада.
Кључне речи	Еволутивни алгоритам, импулсна поворка, Парето оптималност, полупроводнички, импулсни Доплер радар

За кога је решење рађено (правно лице или грана привреде):
Техничко решење је рађено за потребе академске и стручне заједнице
Година када је решење компетирано:
2019
Година када је почело да се примењује и од кога:
Примена техничког решења је почела у 2019. години, објављивањем рада отвореног приступа „Evolutionary multi-objective optimisation of the pulse burst waveform in solid-state VHF moving target detection radar“, категорије M22, који је доступан на: https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2019.0033
Корисник: академска и стручна заједница увидом у рад у часопису категорије M22
Област и научна дисциплина на коју се техничко решење односи:
Електротехничко и рачунарско инжењерство / Управљање системима и обрада сигнала

Технички елаборат:

- Проблем који се техничким решењем решава
- Стање решености тог проблема у свету
- Опис техничког решења са карактеристикама, укључујући пратеће илустрације и техничке цртеже
- Референце

ТЕХНИЧКИ ЕЛАБОРАТ

Проблем који се техничким решењем решава:

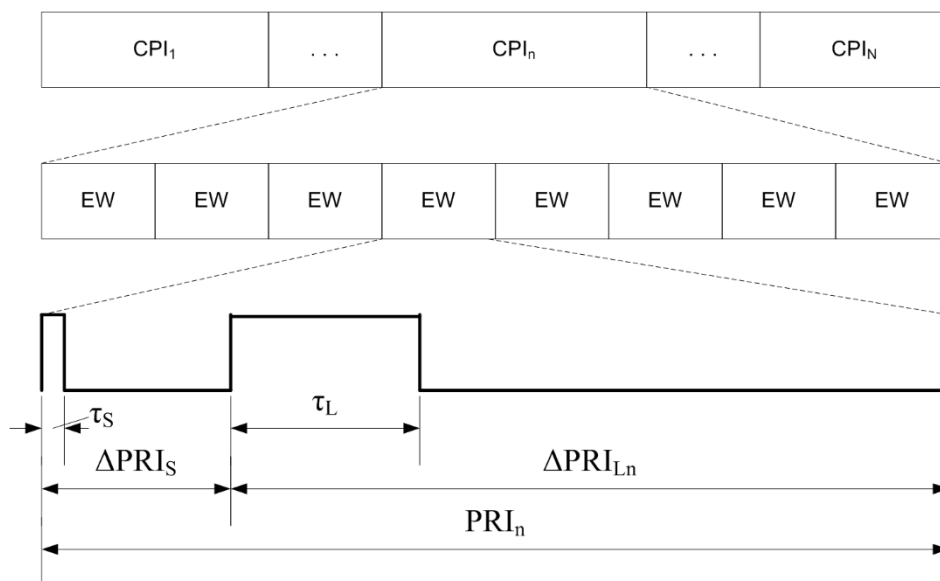
Савремен радар за ваздушно осматрање може бити заснован на полупроводничком предајнику и процесору сигнала познатом као детектор покретних циљева (енг. moving target detector (MTD)). MTD је специфично осмишљен за потребе примене у импулсним Доплер радарима за ваздушно осматрање који раде у режиму ниске фреквенције понављања импулса (енг. low pulse-repetition frequency (LPRF)) [1]. Радар са MTD процесором, тј. MTD радар, једна је подврста импулсног Доплер радара.

Концепт импулног Доплер радара почива на емитовању поворке импулса познате као кохерентна униформна поворка импулса (енг. coherent uniform pulse burst) [2] и анализи одбијеног сигнала помоћу банке Доплер филтара, која се често имплементира помоћу дискретне Фуријеове трансформације (DFT). Потискивање клатера, тј. нежељеног сигнала одбијеног од стационарних или споро-покретних објеката, постиже се одбацивањем спектралних одбирака којима је обухваћен највећи део енергије клатера. Поменуто одбацивање је еквивалентно занемаривању, или „цензурисању“ излазног сигнала из Доплер филтара у чији пропусни опсег улази највећи део енергије клатера, а за које се каже да су „заслепљени“ клатером. Но, део корисних сигнала, одбијених од циљева, тј. покретних објеката од интереса, такође ће бити одбачен у описаном процесу. Наиме, циљ може имати такву радијалну брзину да му Доплерова фреквенција улази у опсег фреквенција који је цензурисан ради потискивања клатера па ће тиме и циљ бити потиснут. Овакав опсег фреквенција назива се слепа зона (енг. Doppler blind zone), јер је радар „слеп“, односно, не може да открива циљеве са одређеним опсегом радијалних брзина. Слепе зоне су центриране на целобројним умношцима вредности фреквенције понављања импулса (енг. pulse-repetition frequency (PRF)), а ширина им је једнака ширини цензурисаних Доплер филтара. Поменути проблем нарочито погађа радаре који раде у LPRF режиму, јер максимална Доплерова фреквенција од интереса може бити и неколико пута виша од PRF, што резултује вишеструким слепим зонама у опсегу Доплерових фреквенција од интереса.

Имајућу у виду да је вршна излазна снага полупроводничког предајника релативно ниска, реда величине 10 kW, полупроводнички радар се ослања на емитовање дугих импулса, трајања реда величине 100 μ s, да би се остварио прихватљив однос сигнал-шум (енг. signal-to-noise ratio (SNR)) за циљеве на великим даљинама. Емитовање дугих импулса доводи до проблема замрачивања (енг. eclipsing), јер пријемник мора бити искључен док траје предаја, па се губи могућност откривања циљева на малим даљинама.

Проблеми са видљивошћу циљева узроковани замрачивањем и слепим зонама могу се превазићи, или барем ублажити, применом сложене импулсне поворке, која се заснива на учешљавању кратких и дугих импулса и различитом PRF у различитим интервалима кохерентне обраде (енг. coherent processing interval (CPI)). Учешљавањем кратких и дугих импулса ублажава се проблем замрачивања, јер кратки импулси омогућују откривање циљева на малим даљинама, а дуги импулси омогућују откривање циљева на великим даљинама. Употребом више PRF ублажавају се ефекти слепих зона, јер ако се погодно одаберу PRF, циљ који је при једној PRF у слепој зони неће бити у слепој зони при другој PRF.

Један сложен таласни облик који има потенцијал да обезбеди видљивост свих даљина и радијалних брзина од интереса је кохерентна учешљана поворка импулса са вишеструким PRF (енг. multiple-PRF coherent interleaved pulse burst (MPCIPB)), приказана на Сл. 1.



Сл. 1 – Кохерентна учешљана поворка импулса са вишеструким PRF (MPCIPB). Преузето из [3].

MPCIPB подразумева да се временски период боравка циља у главном снопу антене (енг. dwell time) подели на N CPI, при чему се у сваком CPI емитују две учешљане секвенце кратких и дугог импулса, са константном вредношћу PRF. Поменута организација MPCIPB је на нешто другачији начин представљена на Сл. 1, где је CPI подељен на више елементарних таласних облика (енг. elementary waveform (EW)), од којих сваки садржи кратак импулс трајања τ_S и дуг импулс трајања τ_L , а кашњење узлазне ивице дугог импулса у односу на узлазну ивицу кратког импулса ΔPRI_S је константно. Трајање EW у n -том CPI означено је са PRI_n , а кратак и дуг импулс се ефективно понављају са периодом понављања импулса (енг. pulse-repetition period или pulse-repetition interval (PRI)) који је једнак вредности PRI_n . τ_S , τ_L , ΔPRI_S и број EW унутар CPI n_p имају исте вредности у свим CPI, док је вредност PRI непроменљива унутар једног CPI, али се мења преласком у наредни CPI. Ако се апстрахује модулација унутар кратког и дугог импулса, MPCIPB је потпуно дефинисан величинама τ_S , τ_L , ΔPRI_S , n_p , N и скупом PRI. Према томе, пројектовање, односно избор MPCIPB своди се на избор поменутих величина.

У трећем одељку рада [4], проблем избора MPCIPB формулисан је као вишециљни оптимizacionи проблем. Математички модел наведеног оптимizacionог проблема састоји се од 3 променљиве одлучивања, 6 ограничења у облику неједнакости и 3 функције циља.

У [4] су детаљно описане претпоставке и трансформације уз помоћ којих се број променљивих одлучивања може свести на само 3:

- жељено повећање прве праве следе Доплере фреквенције, r^* ,
- трајање дугог импулса, τ_L ,
- најкраћи PRI у скупу PRI, PRI_{min} .

Формалне дефиниције променљивих одлучивања x_1 , x_2 и x_3 , као и вектора променљивих одлучивања \mathbf{x} , преузете из [4], наведене су у (1). Променљива x_1 је природан број, а x_2 и x_3 су позитивни реални бројеви. Међутим, у практичној имплементацији генератора радарског сигнала, вредности x_2 и x_3 , које представљају временске интервале, добијале би се целобројним умножавањем периоде системског такт сигнала. Према томе, са становишта оптимизације променљиве x_2 и x_3 су елементи дискретних подскупова скупа позитивних реалних бројева. Сходно томе, проблем избора MPCIPB је комбинаторни оптимизациони проблем.

$$\begin{aligned} x_1 &\equiv r^*, & x_2 &\equiv \tau_L, & x_3 &\equiv PRI_{min} \\ \mathbf{x} &= [x_1 & x_2 & x_3]^T \end{aligned} \quad (1)$$

Допустиви простор одлучивања \mathbf{X} , одређен са 6 ограничења у облику неједнакости, формално је дефинисан у (2). Детаљи извођења функција ограничења од $g_1(\mathbf{x})$ до $g_6(\mathbf{x})$, могу се видети у трећем одељку рада [4].

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= \{\mathbf{x} | g_j(\mathbf{x}) \geq 0, j = 1, 2, \dots, 6\} \\ g_1(\mathbf{x}) &= r^* - \Delta f_{ua} \cdot \frac{2R_I}{c} + \Delta r_{min} \\ g_2(\mathbf{x}) &= \sqrt[5]{\frac{1}{Q_{SNR}} \cdot \frac{2R_{min}}{c} \cdot \left(\frac{2R_I}{c}\right)^4} - \tau_L \\ g_3(\mathbf{x}) &= PRI_{min} - \frac{2R_I}{c} - \tau_L \\ g_4(\mathbf{x}) &= PRI_{min} - \frac{1}{D} \cdot \tau_L \\ g_5(\mathbf{x}) &= \frac{r^* + \Delta r_{min}}{\Delta f_{ua}} - PRI_{min} \\ g_6(\mathbf{x}) &= \frac{\theta_3}{\omega} \cdot \frac{r^* + \Delta r_{min}}{r^* + \Delta r_{avg}} \cdot \frac{1}{2 \cdot N} - PRI_{min} \end{aligned} \quad (2)$$

Параметри математичког модела који се појављују у (2) имају следећа значења: Δf_{ua} је опсег фреквенција, у којем не сме бити правих слепих Доплерових фреквенција, R_I је инструментална даљина, c је брзина светлости (299792458 m/s), Δr_{min} је најмање одступање променљивог фактора PRI (видети Табелу 1 у [4]), Q_{SNR} је минималан дозвољен однос SNR_S и SNR_L (SNR_S је однос примљеног сигнала и шума када се објекат на максималној даљини која је замрачена током емитовања дугог импулса „осветли“ кратким импулсом, а SNR_L је однос примљеног сигнала и шума када се објекат на инструменталној даљини „осветли“ дугим импулсом), R_{min} је минимална даљина од интереса, D је максималан дозвољен фактор попуне, θ_3 је тродецибелска ширина главног снопа антене, ω је угаона брзина окретања антене, Δr_{avg} је средње одступање променљивог фактора PRI (видети Табелу 1 у [4]), а N је број различитих PRF у импулсној поворци.

Прва функција циља је однос примљеног сигнала и шума када се објекат на инструменталној даљини „осветли“ дугим импулсом SNR_L .

Друга функција циља је проценат Доплере видљивости DVP , дефинисан као проценат опсега Доплерових фреквенција од интереса који није прекривен вишеструким слепим зонама. Вишеструка слепа зона је опсег фреквенција у којем постоји преклапање слепих зона две или више PRF.

Трећа функција циља је негирана највећа резолуција по радијалној брзини $-VR_{max}$.

Формалне дефиниције функција циља $F_1(\mathbf{x})$, $F_2(\mathbf{x})$ и $F_3(\mathbf{x})$, као и вектора функција циља $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ наведене су у (3). Допустиви простор циљева \mathbf{Z} дефинисан је у (4), док је сам вишециљни оптимизациони проблем формулисан у (5).

$$\begin{aligned}
 F_1(\mathbf{x}) \equiv SNR_L &= \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R_l^4 k T_0 F L_S} \cdot \left[\frac{\theta_3}{\omega} \cdot \frac{r^* + \Delta r_{min}}{r^* + \Delta r_{avg}} \cdot \frac{1}{PRI_{min} \cdot N} \right] \cdot \tau_L \\
 F_2(\mathbf{x}) \equiv DVP &= \frac{\int_0^{f_{max}} [1 - MBZD(f)] df}{f_{max}} \cdot 100\% \\
 F_3(\mathbf{x}) \equiv -VR_{max} &= - \frac{1}{PRI_{min} \cdot \left[\frac{\theta_3}{\omega} \cdot \frac{r^* + \Delta r_{min}}{r^* + \Delta r_{avg}} \cdot \frac{1}{PRI_{min} \cdot N} \right]} \cdot \frac{\lambda}{2} \\
 \mathbf{F}(\mathbf{x}) &= [F_1(\mathbf{x}) \quad F_2(\mathbf{x}) \quad F_3(\mathbf{x})]^T
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$\mathbf{Z} = \{\mathbf{F}(\mathbf{x}) | \mathbf{x} \in \mathbf{X}\} \tag{4}$$

$$\mathbf{x}^* = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmax}} \mathbf{F}(\mathbf{x}) \text{ s. t. } g_j(\mathbf{x}) \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, 6 \tag{5}$$

Параметри математичког модела који се појављују у (3) имају следећа значења: P_t је вршна снага емитованог сигнала, G је добитак антене, λ је таласна дужина носиоца, σ је радарска површина објекта (енг. radar cross section (RCS)), k је Болцманова константа, T_0 је стандардна температура, F је фактор шума пријемника, L_S су системски губици, а $f_{max} = 2v_{max}/\lambda$ је апсолутна вредност максималне Доплере фреквенције од интереса. Функција $MBZD(f)$ описује распоред вишеструких слепих зона. Израз за $MBZD(f)$ може се видети у једначини (24) рада [4], уз напомену да је у том раду наведена функција означена са $MPBDI(f)$.

Обзиром да су све променљиве одлучивања дефинисане у (1) дискретне, ако се променљива x_1 ограничи са горње стране, изводљиви простор одлучивања садржи коначан број тачака. Према томе, решење оптимизационог проблема (5), тј. Парето оптималан скуп (ПОС) може се одредити методом исцрпне претраге. Наиме, потребно је најпре пронаћи све тачке у изводљивом простору одлучивања, израчунати вредности функција циља у пронађеним тачкама, а затим одредити Парето оптималне (ПО) тачке поређењем вредности функција циља у свакој тачки са вредностима функција циља у свим осталим тачкама. На овај начин може се егзактно одредити ПОС, по цену дугог времена извршавања и лоше скалабилности.

Проблем који се овим техничким решењем решава је апроксимативно одређивање ПОС за оптимизациони проблем дефинисан у (5), методом која је бржа и скалабилнија од методе исцрпне претраге, мерено бројем операција поређења које су потребне да би се одредио ПОС.

Стање решености тог проблема у свету:

Оптималан избор скупа PRF за LPRF импулсне Доплер радаре, међу првима је проучавао Rihaczek. У чланку [2], Rihaczek је описао процедуру за избор скупа PRF, тако да се максимизира интервал у којем су све Доплере фреквенције видљиве при барем једној PRF. Подразумевајући да се скуп PRF бира по поменутој процедури, Rihaczek је проучавао проблем минимизације времена боравка циља у снопу антене, под ограничењем задате ширине интервала у којем су све Доплере фреквенције видљиве при барем једној PRF, при чему је укупан број PRF у скупу третиран као променљива одлучивања [2]. У свом наредном раду [5], Rihaczek је проширио проблем уводећи број импулса у CPI као променљиву одлучивања, те представио формализован приступ за решавање проблема. У својим радовима, Rihaczek се усредредио на оптимизацију кохерентне униформне поворке у окружењу у којем је откривање ограничено клатером. Проблем који је у суштини вишециљан, Rihaczek је свео на једноциљан, обухвативши видљивост у домену Доплерових фреквенција кроз ограничење.

Stocker [6] је проучавао LPRF импулсне поворке са импулсима различитих трајања, укључујући и поворке са учешљаним импулсима, у окружењу у којем је откривање ограничено шумом, у циљу постизања задатих перформанси откривања при ограниченој вршној импулсној снази. Stocker је време боравка објекта у снопу антене посматрао као циљ који треба минимизирати, док је укупна енергија на циљу у једном CPI обухваћена кроз ограничење.

Sedivy [7] се бавио оптимизацијом униформне поворке у фреквенцијски агилном MTD радару. Sedivy је проучавао поворку са две PRF, али карактеристично је да је као променљиве одлучивања узимао у обзир и учестаности носиоца. Sedivy је као циљ који треба максимизирати поставио прву праву слепу брзину. У случају са само две PRF максимизација прве праве слепе брзине еквивалентна је максимизацији ширине интервала Доплерових фреквенција у којем је обезбеђена видљивост без прекида.

Hughes [8] је поставио избор скупа PRF за радар који ради у режиму средње фреквенције понављања импулса (енг. medium-PRF (MPRF)) као проблем вишециљне оптимизације, или тачније многоциљне оптимизације, обзиром да је идентификовано 9 циљева. Hughes је циљевима обухватио видљивост у простору даљина / Доплерова фреквенција, појаву духова и потребно време боравка објекта у снопу антене. За иницијално испитивање решења проблема аутор је користио три алгорита: *Non-dominated sorting genetic algorithm II* (NSGA-II), *Multiple single objective Pareto sampling* (MSOPS) и трећи неименовани алгоритам који је тада био у развоју. Сва три алгорита су имала сличне перформансе и произвела слична решења, за која је аутор претпоставио да су блиска стварном Парето фронту (ПФ). Hughes је такође сугерисао на могућност комбиновања решења добијених различитим алгоритмима и проналажење композитне апроксимације ПФ, мада делује да је у конкретном случају одустао од тога због претпоставе трајања такве операције.

Као што се види из претходног излагања, проблеми оптималног избора кохерентних униформних поворки импулса и учешљаних поворки импулса истраживани су и решавани од стране других аутора. Но, према нашим сазнањима, стање технике не обухвата решење проблема апроксимативног одређивања ПОС за оптимизациони проблем избора МРСРВ, дефинисан у (5), методом која је бржа и скалабилнија од методе исцрпне претраге, мерено бројем операција поређења које су потребне да би се одредио ПОС.

Опис техничког решења са карактеристикама, укључујући пратеће илустрације и техничке цртеже:

Ово техничко решење односи се на поступак за апроксимативно одређивање ПОС за оптимизациони проблем избора МРСРВ у полупроводничком МТД радару, дефинисан у (5), методом која је бржа и скалабилнија од методе исцрпне претраге, мерено бројем операција поређења које су потребне да би се одредио ПОС. Техничко решење је засновано на популарном вишециљном еволутивном алгоритму NSGA-II, који је детаљно описан у [9].

Поступак, који је суштина овог техничког решења, назван је *NSGA-II with Combining of solution sets using Exhaustive Search* (NSGA-II+CES). Поступак NSGA-II+CES детаљно је описан у одељку 4. рада [4].

NSGA-II+CES је заснован на NSGA-II са бинарном репрезентацијом променљивих одлучивања, једнопозиционим укрштањем, битском мутацијом и заустављањем на бази достигнутог задатог броја генерација. Параметри овакве варијанте NSGA-II су: величина популације N_p , задати број генерација N_G , вероватноћа укрштања p_c и вероватноћа мутације p_m .

Мотив за развој NSGA-II+CES биле су лоше перформансе самог NSGA-II на предметном проблему, као што је описано у [4]. Наиме, поређењем апроксимације ПФ добијене једним извршавањем NSGA-II са егзактним ПФ добијеним исцрпном претрагом, уочено је [4]:

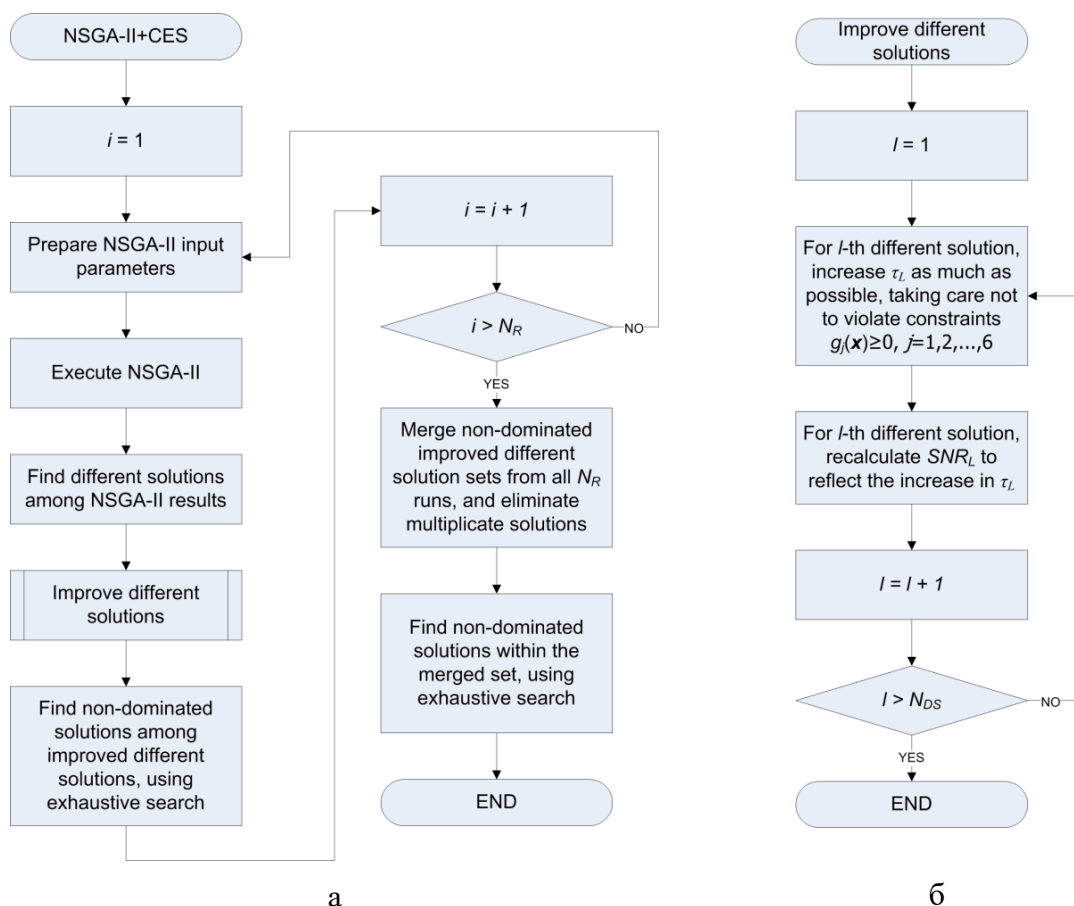
- да се појединачним извршавањем NSGA-II добија лоша апроксимација ПФ,
- да апроксимација ПФ значајно варира од извршавања до извршавања NSGA-II,
- да је број различитих решења (енг. *different solutions*) на крају извршавања значајно мањи од величине популације, тј. да постоји велики број преклопљених решења (енг. *overlapped solutions*), односно понављања истог решења.

Експлорацијом простора параметара NSGA-II, уочено је да повећавање величине популације и (у мањој мери) вероватноће мутације доприноси побољшању квалитета добијене апроксимације ПФ, док варирање броја генерација и вероватноће укрштања не доприноси побољшању квалитета добијене апроксимације ПФ [4]. Међутим, чак и са значајно повећаном величином популације, а тиме и значајно продуженим временом извршавања, квалитет апроксимације ПФ и поновљивост резултата и даље нису били задовољавајући [4]. При томе је број различитих решења био значајно мањи од величине популације, тј. највећи део времена извршавања је траћен на поновно проналажење решења која су већ пронађена [4]. Примећено је постојање недоминираних тачака у апроксимацији ПФ које од стварних ПО тачака одступају само по функцији циља SNR_L . Такве тачке имају исте вредности функција циља DVP и $-VR_{\max}$ као одговарајуће

стварне ПО тачке, а одступају по SNR_L . У допустивом простору одлучивања ситуација је слична, постоји потпуно поклапање по r^* и PR_{min} , а одступање по τ_L [4].

Поступак NSGA-II+CES искоришћава варијабилност резултата добијених појединачним извршењима NSGA-II у циљу побољшања квалитета апроксимације ПФ. NSGA-II+CES се заснива на понављању извршења NSGA-II N_R пута, формирању уније свих решења добијених у свих N_R извршења NSGA-II и исцрпној претрази за недоминираним решењима у унији. Кардиналност уније свих решења добијених у свих N_R извршења NSGA-II је занемарљива у односу на број тачака у допустивом простору одлучивања, па је и трајање исцрпне претраге унутар уније занемарљиво у односу на трајање исцрпне претраге по целом допустивом простору одлучивања. Дијаграм тока поступка NSGA-II+CES приказан је на Сл. 2 а).

Дијаграм тока доменски специфичне процедуре која ублажава дивергенцију решења по променљивој τ_L приказан је на Сл. 2 б). Процедура је изводљива захваљујући чињеници да од свих функција циља, само SNR_L зависи од променљиве τ_L , а састоји се у томе да се за свако решење које је произвео NSGA-II, променљива τ_L датог решења увећа колико год је могуће, уз поштовање ограничења наведених у (2), а затим вредност SNR_L коригује према новој вредности τ_L .



Сл. 2 – NSGA-II+CES: а) Дијаграм тока алгоритма, б) Дијаграм тока процедуре за кориговање решења, где је N_{DS} укупан број различитих решења добијених обрадом резултата једног извршења NSGA-II. Преузето из [4].

Скуп недоминираних решења која су резултат NSGA-II+CES назваћемо композитном апроксимацијом ПОС (КАПОС), а његову пројекцију на простор одлучивања композитном апроксимацијом ПФ (КАПФ).

Параметри поступка NSGA-II+CES су:

- величина популације N_P ,
- задати број генерација N_G ,
- вероватноћа укрштања p_c ,
- вероватноћа мутације p_m ,
- број поновљених извршења NSGA-II N_R .

Избор вредности наведених параметара утиче како на квалитет КАПОС, тако и на брзину извршавања поступка. У [4], као мерила квалитета КАПОС усвојени су укупан број различитих решења у КАПОС и број тачних решења у КАПОС, док је као мерило брзине извршавања узет приближан број операција поређења потребних да се одреди КАПОС N_C , чија вредност се рачуна као $N_C = M \cdot N_P^2 \cdot N_G \cdot N_R$, где је M број функција циља. Што је већи број тачних решења и што је мања разлика између броја укупних и тачних решења, то се КАПОС сматра квалитетнијом. Са друге стране, што је мање операција поређења потребно за одређивање КАПОС, то се брзина извршавања сматра већом.

У [4] је у кратким цртама описана студија у којој су поређене перформансе NSGA-II+CES са 12 различитих скупова вредности параметара, на математичком моделу из [3], који је сличан математичком моделу дефинисаном у оквиру описа проблема. Скуп $S_1 = \{N_P = 400, N_G = 100, p_c = 90\%, p_m = 4.3478\%, N_R = 30\}$ у [4] је идентификован као „најбољи“ скуп параметара, јер обезбеђује највећи број тачних решења уз најмањи број сувишних решења, која нису ПО. Скуп $S_4 = \{N_P = 100, N_G = 25, p_c = 90\%, p_m = 4.3478\%, N_R = 30\}$ у [4] је идентификован као „најбржи“ скуп параметара, јер обезбеђује велики број тачних решења уз релативно мали број операција поређења. Међутим, скуп S_4 даје и релативно велики број сувишних решења, па би се његова примена могла препоручити ако брзина извршавања има највиши приоритет и ако је могуће толерисати сувишна решења.

Ради илустрације перформанси NSGA-II+CES биће приказани резултати теста, преузети из [4]. За потребе теста, коришћена је једна инстанца математичког модела дефинисаног у оквиру описа проблема, која одговара хипотетичком савременом радару у VHF опсегу. У Таб. 1 приказане су вредности параметара математичког модела које су коришћене у тесту. τ_{STEP} и PRI_{STEP} су кораци дискретизације променљивих одлучивања τ_L и PRI_{min} , респективно, а σ_{fw} је стандардна девијација спектра клатера услед ветра. За потребе теста такође је претпостављено да променљива одлучивања r^* не може имати вредност већу од 35. Тест се састојао из једног извршења NSGA-II+CES са параметрима из скупа $S_1 = \{N_P = 400, N_G = 100, p_c = 90\%, p_m = 4.3478\%, N_R = 30\}$.

Да би се утврдио квалитет КАПФ, а тиме и квалитет КАПОС, вршено је поређење са егзактним ПФ добијеним методом исцрпне претраге, који је приказан на Сл. 3. ПФ има четири крака: 1) А–В, који се састоји од тачака А, В и свих тачака ПФ између њих; 2) А – С, који се састоји од тачке С и две тачке ПФ непосредно десно од тачке А; 3) D-E, који се састоји од тачака D, E и свих тачака ПФ између њих и 4) F-G, који се састоји од тачака F, G и свих тачака ПФ између њих.

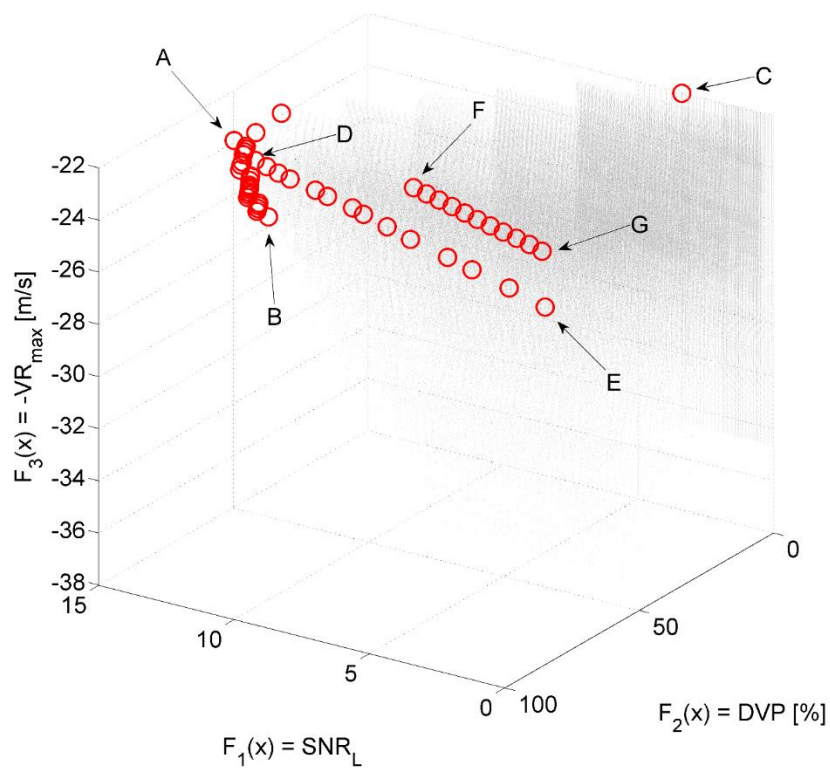
Таб. 1 – Параметри математичког модела који одговарају хипотетичком савременом VHF радару. Преузето из [4].

Параметар	Вредност
P_t	8 kW
G	426
λ	1.6667 m
T_0	290 K
θ_3	6 °
ω	36 °/s
F	1.6965
L_S	26.3027
σ	5 m ²
R_{min}	1.5 km
R_l	360 km
v_{max}	700 m/s
D	0.1
Q_{SNR}	10
N	4
τ_{STEP}	10 μ s
PRI_{STEP}	10 μ s
σ_{fw}	0.3 Hz

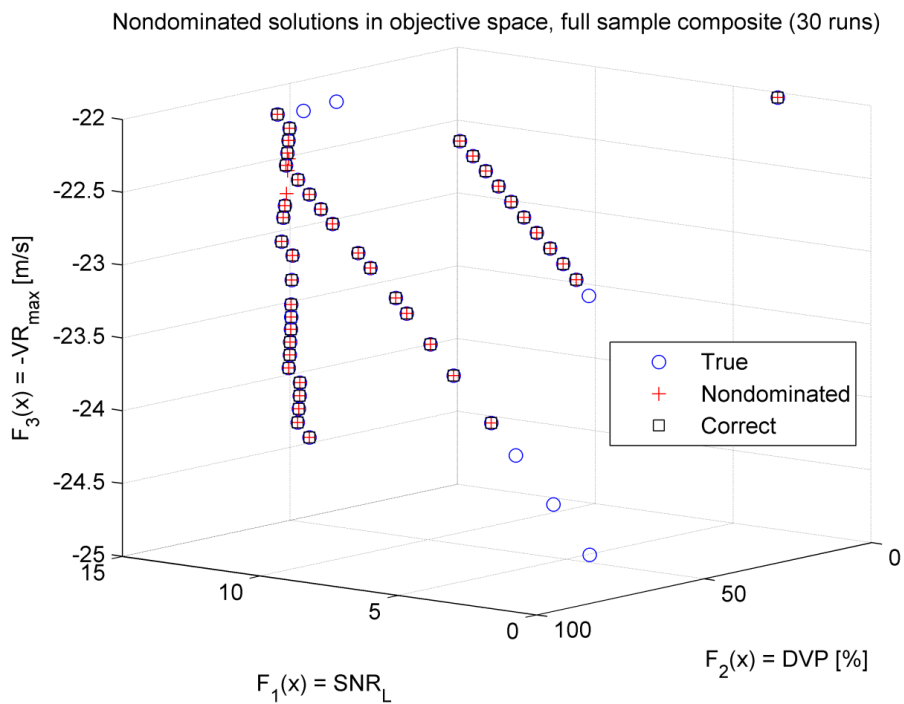
Но, једино је крак А–В релевантан за процес доношења одлуке у пракси, јер сва три преостала крака нуде занемарљиво повећање вредности једне од функција циља, на уштрб значајног смањења вредности једне од преосталих функција циља.

Резултати теста приказани су на Сл. 4, у виду поређења КАПФ добијене помоћу NSGA-II+CES и егзактног ПФ добијеног исцрпном претрагом. Види се да је NSGA-II+CES успео да пронађе све тачке крака А–В стварног ПФ, а да није успео да пронађе само 6 тачака осталих, нерелевантних кракова ПФ. КАПФ садржи 3 сувишна решења, која су међутим тако позиционирана да не би довела до значајних грешака приликом доношења одлуке. Резултати теста индикују да је са становишта тачности поступак NSGA-II+CES адекватно решење предметног проблема.

За пример коришћен у тесту, укупан број тачака у допустивом простору одлучивања је $N_S = 1102106$, на основу чега приближан број операција поређења потребан за одређивање егзактног ПОС износи $N_C^{ES} = MN_S^2 = 3643912905708$. Са друге стране, приближан број операција поређења потребан за одређивање КАПОС помоћу NSGA-II+CES износи $N_C = 1440000000$. Према броју операција поређења потребних за одређивање ПОС, NSGA-II+CES је од исцрпне претраге бржи приближно 2500 пута, што је разлика од преко 3 реда величине. NSGA-II+CES је уз то и скалабилнији, јер број поређења у NSGA-II+CES не зависи од броја тачака у допустивом простору одлучивања.



Сл. 3 – Допустиви простор циљева (сиво) и ПФ (црвено). Преузето из [4].



Сл. 4 – Резултати извршавања NSGA-II+CES са параметрима $N_p = 400$, $N_G = 100$, $p_c = 90 \%$, $p_m = 4.3478 \%$, $N_R = 30$, стварни ПФ (плави кругови), КАПФ (црвени крстићи), пресек ПФ и КАПФ (црни квадрати). Преузето из [4].

Извршавање NSGA-II+CES са параметрима из S_1 траје мање од 2.5 минута на савременом рачунару са централним процесором Intel Core i7-4700HQ, учестаности такта 2.4 GHz и 12 GB радне меморије.

Захваљујући високом квалитету КАПОС и релативно брзом извршавању, NSGA-II+CES би могао да буде користан алат за пројектанте радарских система, али и за кориснике радарских система, као што су планери мисије, па чак и оператери у току оперативног рада радара. Наиме, приликом промене одређених фактора који су под контролом оператера, као што је нпр. брзина окретања антене, или ван контроле оператера, као што је нпр. брзина ветра, долази до промене ширине спектра клатера, која са друге стране утиче на вредност функције циља *DVP*. Према томе, могуће је да током оперативног рада MPCIPB која је била оптимална постане неоптимална, услед промене претходно поменутих фактора. Самим тиме потребна је поновна оптимизација MPCIPB у току оперативног рада, ради прилагођења новонасталим условима. Захваљујући релативно кратком времену извршавања, NSGA-II+CES има потенцијал за описано прилагођавање MPCIPB током оперативног рада радара, тј. у реалном времену.

NSGA-II+CES би могао да буде користан алат и за истраживаче у области импулсних поворки у импулсним Доплер радарима, као и за истраживаче у другим областима, који се суочавају са оптимизационим проблемима у којима NSGA-II, или неки други метахеуристички оптимизациони алгоритам у свом изворном облику не даје задовољавајуће резултате.

Референце:

- [1] D. C. Schlecher, *MTI and Pulsed Doppler Radar with MATLAB®*, Second Edition, Norwood, MA: ARTECH HOUSE, 2010, ISBN 978-1-59693-414-6.
- [2] A.W. Rihaczek, "Choice of Burst Number For Blind-Speed Avoidance," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 9, (5), pp. 778-781, 1973.
- [3] Jevtić, M., Zogović, N., Graovac, S., "Optimal Pulse-Doppler Waveform Design for VHF Solid-State Air Surveillance Radar," in *Operations Research Proceedings 2015*, Dörner, K.F. et al., Eds., Springer International Publishing Switzerland, 2017, pp. 309-315.
- [4] Jevtić, M.; Zogović, N.; Graovac, S., „Evolutionary multi-objective optimisation of the pulse burst waveform in solid-state VHF moving target detection radar," *IET Radar, Sonar & Navigation*, 13, (12), pp. 2093-2101, 2019, DOI: 10.1049/iet-rsn.2019.0033.
- [5] A.W. Rihaczek, "A Systematic Approach to Blind-Speed Elimination," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 9, (6), pp. 940-947, 1973.
- [6] A.D. Stocker, "Dwelltime Minimization for Radar Target Detection in the Clear," *IEEE Trans. AES*, 23, (1), pp. 130-138, 1987.
- [7] P. Sedivy, "Radar PRF staggering and agility control maximizing overall blind speed," In Proc. 13th Conference on Microwave Techniques COMITE 2013, Pardubice, Czech Republic, April 2013, pp. 197-200.

- [8] E. J. Hughes, "Radar Waveform Optimisation as a Many-Objective Application Benchmark," In Proc. 4th International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization EMO'07, Matsushima, Japan, March 2007, pp. 700–714.
- [9] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, et al., "A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II," *IEEE Trans. Evolutionary Computation*, 6, (2), pp. 182–197, 2002.

ПРИЛОЗИ

- Доказ: објављен рад категорије M22 [4]
- Листа раније прихваћених техничких решења (појединачно за сваког аутора)

Evolutionary multi-objective optimisation of the pulse burst waveform in solid-state VHF moving target detection radar

 ISSN 1751-8784
 Received on 15th January 2019
 Revised 8th July 2019
 Accepted on 5th August 2019
 E-First on 17th September 2019
 doi: 10.1049/iet-rsn.2019.0033
 www.ietdl.org

 Miloš Jevtić^{1,2} ✉, Nikola Zogović², Stevica Graovac¹
¹School of Electrical Engineering, University of Belgrade, Bulevar kralja Aleksandra 73, Belgrade, Serbia

²Institute 'Mihailo Pupin', University of Belgrade, Volgina 15, Belgrade, Serbia

✉ E-mail: milos.jevtic@pupin.rs

Abstract: A solid-state, very high frequency (VHF) band, moving target detection air surveillance radar requires a complex pulse burst waveform to mitigate the visibility issues originating from the blind Doppler intervals and range eclipsing. The waveform employs multiple pulse repetition frequencies to mitigate the effects of the blind Doppler intervals and interleaves short and long pulses to mitigate range eclipsing. In the authors' previous works, they pointed out that the waveform design is a multi-objective optimisation problem and defined the mathematical model of the waveform optimisation problem. They also presented how the exact Pareto optimal (PO) set can be determined by means of exhaustive search. In this paper, they improve the mathematical model of the waveform optimisation problem by altering the way in which one of the objective functions is calculated and adding a new constraint, which eliminates meaningless solutions. Finally, they propose a solution method based on a multi-objective evolutionary algorithm. The performance evaluation test indicates that compared to the exhaustive search, the proposed method provides a solution that is insignificantly different. However, the proposed method is more scalable and requires over three orders of magnitude smaller number of comparisons to determine the PO set, which makes it more viable for the online waveform adaptation.

1 Introduction

Air surveillance radars are widely used in both military and civilian domains to achieve timely detection and reliable tracking of aircraft. Radar cross section (RCS) of an aircraft is larger at very high frequency (VHF) band than at higher frequencies, which makes detection easier. Considering this and the cost-effectiveness of VHF transceivers and antennas, VHF radars can be a valuable asset in military air surveillance applications.

A modern VHF radar is usually equipped with solid-state transmitter (SST) and employs moving target detection (MTD) processing [1, 2], which is a kind of pulse-Doppler (PD) processing [2].

PD processing is based on transmitting the coherent uniform pulse burst [3] and analysing the received echo signal by means of a Doppler filter bank, which is often implemented using discrete Fourier transform (DFT). In PD processing, the suppression of unwanted stationary or slowly moving target echoes, i.e. clutter, is achieved by discarding the spectral samples where most of the clutter energy is concentrated. The discarding is equivalent to discarding the output signal of the Doppler filters blinded by

clutter. However, a portion of the useful signal is discarded in the process as well, which brings into existence the blind Doppler intervals (BDIs), where the detection of targets is impossible. Periodic repetition of BDI at integer multiples of the pulse repetition frequency (PRF) is especially problematic for MTD systems. MTD systems operate in low PRF (LPRF) regime, where maximal Doppler frequency of interest can be several times higher than PRF, resulting in multiple repetitions of BDI within the Doppler interval of interest.

Low peak power inherent to SST, which is on the order of 10 kW, requires the use of long pulses to achieve acceptable signal-to-noise ratio (SNR) for long distance targets. Long pulse use causes significant range eclipsing since the receiver must be turned off while transmitting.

Visibility issues caused by BDIs and range eclipsing can be mitigated by using a complex waveform, which we designate as multiple-PRF coherent interleaved pulse burst (MPCIPB). As shown in Fig. 1, the MPCIPB waveform consists of N coherent processing intervals (CPIs), each of which consists of n_p elementary waveforms (EWs). EW consists of a short pulse and a

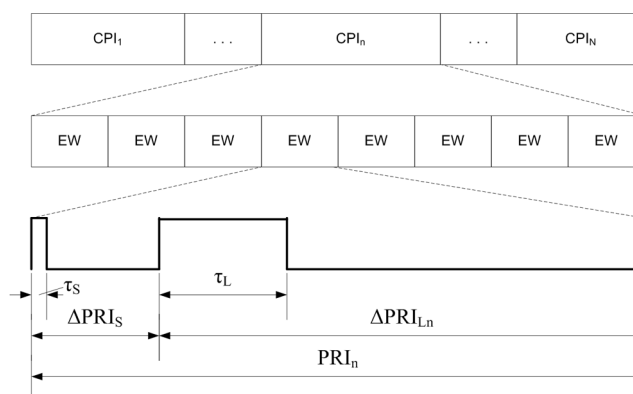


Fig. 1 MPCIPB waveform. Reprinted by permission from Springer Nature Customer Service Centre GmbH: Springer, Operations Research Proceedings 2015 by K.F. Doerner et al. (eds.), © Springer International Publishing Switzerland 2017 [6]

long pulse with durations of τ_S and τ_L , separated by pauses of appropriate durations. EW duration is equal to pulse repetition interval (PRI), which is reciprocal to PRF. Values of τ_S , τ_L , and n_p are the same in all CPIs, while PRI is constant within one CPI, but varies between different CPIs. Multiple PRFs are used to mitigate the effects of BDIs since a target within BDI on one PRF is likely to be out of BDI on the other PRF. Interleaving of short and long pulses is used to mitigate range eclipsing, since short pulses enable short-range detection, while long pulses enable long-range detection.

In [4], we formulate MPCIPB waveform design as a multi-objective optimisation (MOO) problem [5], where both Doppler visibility and clear region detection performance are objectives, which should be maximised simultaneously. By adopting the approach with a posteriori articulation of preferences [5], the solution is obtained in the form of the set of Pareto optimal (PO) points [5]. In [6], we expand the mathematical model of the MPCIPB waveform optimisation problem by introducing the third objective – Doppler resolution, and an improved Doppler visibility metric based on the clutter model and calculation of BDI extents. Both of our previous studies have a similar conclusion: clear region detection performance and Doppler resolution can be increased at the expense of decreasing Doppler visibility, and vice versa. Those studies also suggest that the final choice of a single PO point could be performed by a radar operator. However, the mathematical model from [6] has several shortcomings, outlined in Section 3, which demands further modifications to the model.

We use exhaustive search in [4, 6] to find the exact solution of the MPCIPB waveform MOO problem. However, the exhaustive search does not scale well [6]. Moreover, it is usually considered slower than the randomised search algorithms, although it can be viable nowadays if the search space is not very large [7]. Optimal MPCIPB waveform depends significantly on the clutter Doppler spread, which in turn depends on the wind conditions and on the antenna rotation speed. Therefore, if a change in the wind conditions or the antenna rotation speed is anticipated, the online re-optimisation of the waveform would be required. It is intuitively clear that accelerating the re-optimisation is beneficial. In [6], we suggest that a multi-objective evolutionary algorithm (MOEA) [8] could be used as a more scalable and faster solution method for the problem.

The goal of this study is twofold: (i) to improve the mathematical model of the MPCIPB waveform MOO problem compared to our previously published model and (ii) to propose an approximate solution method for the problem. The solution method should be more scalable and faster, in terms of the number of comparison operations required to determine the PO set (POS) than the exhaustive search. While this study is clearly a continuation of [4, 6], both the mathematical model and the solution method presented in this study are novel to the best of our knowledge.

The rest of this paper is organised as follows. Section 2 presents a short review of the literature about the PD waveform optimisation and MOEAs. Section 3 presents the mathematical model of the MPCIPB waveform optimisation problem, while Section 4 presents an efficient solution method based on a MOEA. Section 5 describes a test used to verify the proposed optimisation method, and discusses the test results, while Section 6 gives the conclusion.

2 Related work

PD waveform optimisation is an actual research field with many published scientific papers. Most of those studies were focused on increasing visibility by appropriately choosing the set of PRFs. Basic recommendations on how to choose the PRF set are given in standard textbooks about radar, such as [1, 2]. The most complex case of PD waveform optimisation is in medium PRF (MPRF) radars, where multiple repetitions of blind intervals exist not only in the Doppler frequency dimension but also in the range dimension. Optimal MPRF set selection for airborne radars using evolutionary algorithms (EAs) was studied in [9–11]. The same problem was formulated as a MOO problem in [12].

Rihaczek [3, 13] was among the first to study the optimal PRF set selection for LPRF PD radars. A procedure for PRF set selection is described in [3]. The procedure maximises the interval in which all Doppler frequencies of interest are visible on at least one PRF. Based on the procedure, Rihaczek [13] devised a formalised approach for the design of blind-speed elimination schemes. Stocker [14] analysed how to select LPRF PD waveform to achieve the given detection probability in the clear region while minimising the required dwell time. Sedivy [15] proposed a procedure for the optimal selection of PRFs and carrier frequencies in the agile MTD radar when PRF and carrier frequency set cardinalities equal to two.

Metaheuristic algorithms are frequently used to solve combinatorial optimisation problems in a computationally efficient manner. Among them, EAs are particularly popular. Recently, EAs have been successfully utilised in the fields of inverse synthetic aperture radar (SAR) imaging of space debris [16], multi-band SAR MTD and imaging [17] and electronic support receiver search strategies optimisation [18]. Non-dominated sorting genetic algorithm II (NSGA-II) [19] is a mature and well-known MOEA, which was used in many studies on optimisation including some in the field of radar engineering, e.g. [12, 20, 21]. In [20], NSGA-II was used in resource management of the opportunistic digital array radar antenna aperture. In [12], NSGA-II was used as a reference algorithm for the many-objective optimisation problems of MPRF airborne radar waveform design. In [21], NSGA-II was used to solve the two-objective optimisation problem of high-frequency surface wave radar waveform design. However, to the best of our knowledge, NSGA-II has not been used in the domain of solid-state VHF MTD radar so far. NSGA-II has the overlapped solution issues when applied to some classes of combinatorial optimisation problems. The issues were thoroughly analysed in [22, 23].

3 Mathematical model of the optimisation problem

Mathematical model of the MPCIPB waveform optimisation problem proposed in this study comprises of three decision variables, six inequality constraints, and three objective functions.

Generally, the variables which determine the MPCIPB waveform are as follows:

- the short pulse duration, τ_S ,
- the long pulse duration, τ_L ,
- the number of PRFs, N ,
- the set of PRIs, $\{\text{PRI}_n | n = 1, \dots, N\}$,
- the number of PRIs within the CPI, n_p .

However, to reduce the complexity of the optimisation problem, many studies, such as [4, 6, 9–12, 15], do not assume that N is a variable, but instead, seek to optimise the waveform for a fixed N . The same approach is adopted in this study.

Since the antenna is rotated mechanically at a constant speed, dwell time is fixed to the ratio of the 3 dB antenna beam width, θ_3 , and the antenna rotation speed, ω . The overall waveform duration can be expressed as $n_p \cdot N \cdot \text{PRI}_{\text{avg}}$, where PRI_{avg} is the average PRI. In this study, we assume that the overall waveform duration is as long as possible, but not greater than the dwell time. For a given PRI set, this condition can be achieved by setting n_p as in (1) [4, eq. 2]. Thus, n_p is not a variable, but a function of other variables, i.e. the PRI set

$$n_p = \left\lfloor \frac{\theta_3}{\omega \cdot \text{PRI}_{\text{avg}} \cdot N} \right\rfloor \quad (1)$$

As we will show later, the short pulse duration, τ_S , does not affect any of the objective functions, and thus it is not a decision variable. However, it has to be determined to fully describe the waveform because it affects the optimisation problem in a subtle way. Let SNR_L denote the received SNR, when a target at the maximal range of interest, i.e. the instrumented range, R_L , is illuminated with

the long pulse. Let SNR_S denote the received SNR, when a target at the maximal range eclipsed by the transmission of the long pulse, R_E , is illuminated with the short pulse. SNR_S has to be high enough to ensure adequate detection performance at R_E , which in turn imposes a lower bound on τ_S . We introduced the minimally acceptable ratio of SNR_S to SNR_L , denoted Q_{SNR} , in [4]. Q_{SNR} is defined by (2). If $Q_{\text{SNR}} = 1$, the detection performance at R_E is equal to the detection performance at R_L , which is assumed in [14, p. 132]. However, Q_{SNR} may be well above 1, since the minimally acceptable detection probability is generally lower at R_L than at R_E [4]

$$\frac{\text{SNR}_S}{\text{SNR}_L} \geq Q_{\text{SNR}}, \quad Q_{\text{SNR}} \geq 1 \quad (2)$$

By using the radar range equation (RRE) [2, eq. 2.29] to express SNR_S and SNR_L , while noting that $R_E = (\tau_L c)/2$, where c is the speed of light, (2) can be rewritten as (3) [4, eq. 7]

$$\tau_S \geq Q_{\text{SNR}} \cdot \left(\frac{\tau_L c}{2R_L} \right)^4 \cdot \tau_L \quad (3)$$

To assure that the minimum range of interest, R_{min} , is not eclipsed by the transmission of the short pulse, (4) [4, eq. 8] must be satisfied

$$\tau_S \leq \frac{2R_{\text{min}}}{c} \quad (4)$$

By combining (3) and (4), τ_S is eliminated from the problem, resulting in an inequality constraint for τ_L , given by (5) [4, eq. 9]. After τ_L is determined by solving the optimisation problem, any value of τ_S , which satisfies both (3) and (4), can be chosen

$$\tau_L \leq \sqrt[5]{\frac{1}{Q_{\text{SNR}}} \cdot \frac{2R_{\text{min}}}{c} \cdot \left(\frac{2R_L}{c} \right)^4} \quad (5)$$

Having all PRIs in the PRI set as decision variables may be problematic. It could lead to large dimensionality of the decision space, which furthermore depends on N . A convenient approach was proposed in [4] to reduce the number of decision variables and eliminate the dependency of the number of decision variables on N . The approach is based on recommendations on PRI set selection from [1, p. 2.41, p. 2.91]. PRIs should be chosen as in (6) [4, eq. 3], where F_B is the first true blind speed, if factors r_n are coprime [4]

$$\text{PRI}_n = (1/F_B) \cdot r_n, \quad r_n \in N, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

Factors r_n can be decomposed as in (7) [4, eq. 4]. Here, r^* has the meaning of the desired ratio between the average PRI of the waveform and the PRI, which would result in the blind speed equal to F_B . In other words, r^* has the meaning of the approximate number of Doppler ambiguities which have to be covered [1, p.2.91]

$$r_n = r^* + \Delta r_n, \quad r^* \in N, \quad \Delta r_n \in Z, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

On the other hand, set Δr , which is defined in (8) along with its important statistics [4, eq. 5], governs the spread of the individual PRIs around the average PRI

$$\begin{aligned} \Delta r &= \{\Delta r_n | n = 1, \dots, N\}, \quad \Delta r_{\text{min}} = \min(\Delta r) \\ \Delta r_{\text{max}} &= \max(\Delta r), \quad \Delta r_{\text{avg}} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \Delta r_n \end{aligned} \quad (8)$$

Table 1 [4, Table I] shows the recommended contents of Δr sets for $N = 4$ and 5 [1, p. 2.41, p. 2.91].

Table 1 Δr sets and their statistics

N	Δr	Δr_{min}	Δr_{max}	Δr_{avg}
4	$\{-3, +2, -1, +3\}$	-3	+3	0.25
5	$\{-6, +5, -4, +4, +1\}$	-6	+5	0

By adopting the scheme defined by (6)–(8) and Table 1, for a given N , PRI set is fully determined with only one PRI and r^* [4].

Owing to reductions and transformations described in the previous paragraphs, only three decision variables are used in this study: the long pulse duration, τ_L , the approximate number of Doppler ambiguities, which have to be covered, r^* , and the shortest PRI in the set, PRI_{min} .

From (6) and (7), $\text{PRI}_n = (1/F_B) \cdot (r^* + \Delta r_n)$ and $\text{PRI}_{\text{min}} = (1/F_B) \cdot (r^* + \Delta r_{\text{min}})$. By dividing the expressions to eliminate $1/F_B$, we obtain (9). Thus, any PRI in the PRI set can be expressed as a function of r^* and PRI_{min}

$$\text{PRI}_n = \frac{r^* + \Delta r_n}{r^* + \Delta r_{\text{min}}} \cdot \text{PRI}_{\text{min}}, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (9)$$

Using (9), (8), and basic properties of summation operator, it can be seen that (10) holds

$$\text{PRI}_{\text{avg}} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \text{PRI}_n = \frac{r^* + \Delta r_{\text{avg}}}{r^* + \Delta r_{\text{min}}} \cdot \text{PRI}_{\text{min}} \quad (10)$$

Formal definitions of the decision variables x_1 , x_2 , and x_3 , and the decision variable vector \mathbf{x} are given in (11). Variable x_1 is a positive integer, while x_2 and x_3 are positive reals. However, in a practical system, both x_2 and x_3 would be positive integer multiples of some base interval defined by the system clock. Therefore, from the optimisation perspective, x_2 and x_3 are discretised positive reals, and choosing them is equal to choosing the positive integer multipliers of the discretisation interval

$$\begin{aligned} x_1 &\equiv r^*, \quad x_2 \equiv \tau_L, \quad x_3 \equiv \text{PRI}_{\text{min}} \\ \mathbf{x} &= [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^T \end{aligned} \quad (11)$$

One constraint on the decision variable vector is given by (5). Derivation of the other constraints follows.

To assure coverage of the range interval eclipsed by the transmission of the long pulse, i.e. $[0, R_E]$, the interval between the beginnings of the short and the long pulses, ΔPRI_S , must be greater than or equal to τ_L . To assure unambiguous range measurement up to R_L , the interval between the beginning of the long pulse and the end of the EW, $\Delta \text{PRI}_{L,n}$, must be greater than or equal to $2R_L/c$. Intervals ΔPRI_S and $\Delta \text{PRI}_{L,n}$ are shown in Fig. 1. By combining the two conditions we obtain (12) [4, eq. 10]

$$\text{PRI}_n \geq \frac{2R_L}{c} + \tau_L, \quad n = 1, \dots, N \quad (12)$$

If D denotes the maximal transmitter duty cycle, then $\tau_S + \tau_L$ must not be greater than $D \cdot \text{PRI}_n$. From this condition, assuming $\tau_S \ll \tau_L$, we obtain (13) [4, eq. 11]. The preceding assumption is justified for most practical systems. Equations (12) and (13) will be satisfied for all PRIs iff they are satisfied for the shortest PRI, PRI_{min}

$$\tau_L \leq D \cdot \text{PRI}_{\text{min}}, \quad n = 1, \dots, N \quad (13)$$

The PRI set must be chosen so that the first true blind Doppler frequency, F_B , is greater than or equal to $\Delta f_{\text{ua}} = 4v_{\text{max}}/\lambda$ [4], where v_{max} is the absolute value of the maximal radial velocity of interest, and λ is the carrier wavelength. If we combine the condition

$F_B \geq \Delta f_{ua}$ with (6)–(8), we obtain (14). Combining (14) with (12) while noting that $\tau_L \geq 0$, leads to (15)

$$\text{PRI}_{\min} \leq \frac{r^* + \Delta r_{\min}}{\Delta f_{ua}} \quad (14)$$

$$r^* \geq \Delta f_{ua} \cdot \frac{2R_l}{c} - \Delta r_{\min} \quad (15)$$

The number of PRIs within the CPI, n_p , must be >1 , since MTD processing cannot be performed with only one pulse in the CPI.

Feasible decision space, \mathbf{X} , determined by six inequality constraints, is given in (16)

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= \{\mathbf{x} \mid g_j(\mathbf{x}) \geq 0, j = 1, 2, \dots, 6\} \\ g_1(\mathbf{x}) &= r^* - \Delta f_{ua} \cdot \frac{2R_l}{c} + \Delta r_{\min}(N) \\ g_2(\mathbf{x}) &= \sqrt[5]{\frac{1}{Q_{\text{SNR}}} \cdot \frac{2R_{\min}}{c} \cdot \left(\frac{2R_l}{c}\right)^4} - \tau_L \\ g_3(\mathbf{x}) &= \text{PRI}_{\min} - \frac{2R_l}{c} - \tau_L \\ g_4(\mathbf{x}) &= \text{PRI}_{\min} - \frac{1}{D} \cdot \tau_L \\ g_5(\mathbf{x}) &= \frac{r^* + \Delta r_{\min}(N)}{\Delta f_{ua}} - \text{PRI}_{\min} \\ g_6(\mathbf{x}) &= \frac{\theta_3}{\omega} \cdot \frac{r^* + \Delta r_{\min}}{r^* + \Delta r_{\text{avg}}} \cdot \frac{1}{2 \cdot N} - \text{PRI}_{\min} \end{aligned} \quad (16)$$

Five constraint functions, $g_1(\mathbf{x})$ to $g_5(\mathbf{x})$, are obtained by rearranging (15), (5), (12), (13) and (14), respectively. The sixth constraint function, $g_6(\mathbf{x})$, eliminates degenerate solutions, in which $n_p = 1$, from the feasible decision space. The proof that $g_6(\mathbf{x}) \geq 0$ assures $n_p > 1$ is given in Appendix 2.

The first objective function is SNR_L , i.e. the ratio of the received signal to noise, when a target at the instrumented range is illuminated by the long pulse. SNR_L is a measure of detection performance at long ranges, in a noise-limited environment, i.e. the clear region. To calculate SNR_L , we use the RRE.

Following [2, p.75], SNR_L can be expressed by (17), where P_t is the peak transmitter power, G is the antenna gain, λ is the carrier wavelength, σ is the target's RCS, β is the intra-pulse modulation bandwidth, R_l is the instrumented range, k is the Boltzmann's constant, T_0 is the standard temperature, F is the receiver noise factor, B is the receiver bandwidth, and L_S is the system loss. We assume that matched filtering is used within the receiver, so that B and β are approximately equal, and cancel out. We collectively designate terms, which do not depend on decision variables, as C_{SNR} . Combining (1), (10), and (17), we obtain the final expression for SNR_L (18)

$$\text{SNR}_L = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma n_p \tau_L \beta}{(4\pi)^3 R_l^4 k T_0 F B L_S} \simeq \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{C_{\text{SNR}} R_l^4 k T_0 F L_S} n_p \tau_L \quad (17)$$

$$\text{SNR}_L = C_{\text{SNR}} \cdot \left[\frac{\theta_3}{\omega} \cdot \frac{r^* + \Delta r_{\min}}{r^* + \Delta r_{\text{avg}}} \cdot \frac{1}{\text{PRI}_{\min} \cdot N} \right] \cdot \tau_L \quad (18)$$

The second objective function is denoted as Doppler visibility percentage (DVP). DVP is a percentage of Doppler spectrum of interest where target detection is not hindered by BDIs. Thus, it is a measure of detection performance at shorter ranges, i.e. in a clutter-limited environment. We consider an interval of Doppler spectrum blind if it is blind for more than one PRF used in MPCIPB waveform.

The key element in calculating DVP is to determine the width of the base single-PRF BDI (SPBDI). It is the BDI around zero

Doppler when only one PRF is used. In this study, we determine the base SPBDI width on the basis of the number of Doppler filters blinded by clutter. We determine the number using an approximate approach inspired by the work of Rihaczek [13]. We calculate the base SPBDI width, Δv_b , using (19), where w_{10} is the Rayleigh width of the Doppler filter, calculated by (20), and σ_f is the standard deviation of the clutter Gaussian power spectral density (PSD), calculated by (21). σ_{fs} is the standard deviation corresponding to the clutter spread due to antenna scanning. The expression for σ_{fs} , when only one PRF is used, is given in [1, eq. 2.15]. We modified the expression by replacing the PRI with the average PRI, resulting in (22), to accommodate the multiple PRF case. σ_{fw} is the standard deviation corresponding to the clutter spread due to wind conditions, and is a parameter of the model. Derivation of (19) is given in Appendix 1

$$\Delta v_b(n) = \left(2 \left[\frac{4\sigma_f}{w_{10}(n)} \right] + 1 \right) w_{10}(n), \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (19)$$

$$w_{10}(n) = \frac{1}{n_p \cdot \text{PRI}_n}, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (20)$$

$$\sigma_f = \sqrt{\sigma_{fw}^2 + \sigma_{fs}^2} \quad (21)$$

$$\sigma_{fs} = \frac{0.265}{\text{PRI}_{\text{avg}} \cdot N \cdot n_p} \quad (22)$$

To calculate DVP, we first determine the SPBDIs for each PRF, by replicating the base SPBDI at integer multiples of PRF (23). After that, we determine the multiple-PRF BDIs (MPBDIs) by finding intervals where SPBDIs of two or more PRFs intersect (24). The final expression for DVP is given in (25), with $f_{\max} = 2v_{\max}/\lambda$, where v_{\max} is the absolute value of the maximal radial velocity of interest, and λ is the carrier wavelength

$$\text{SPBDI}(n, f) =$$

$$\begin{cases} 1; & f \in \left[\frac{k}{\text{PRI}_n} - \frac{\Delta v_b(n)}{2}, \frac{k}{\text{PRI}_n} + \frac{\Delta v_b(n)}{2} \right], k \in \mathbb{Z} \\ 0; & \text{otherwise} \end{cases} \quad (23)$$

$$\text{MPBDI}(f) = \begin{cases} 1; & \sum_{n=1}^N \text{SPBDI}(n, f) > 1 \\ 0; & \text{otherwise} \end{cases} \quad (24)$$

$$\text{DVP} = \frac{\int_0^{f_{\max}} [1 - \text{MPBDI}(f)] df}{f_{\max}} \cdot 100\% \quad (25)$$

The third objective function is the negated maximal velocity resolution (VR) of the MPCIPB waveform, $-\text{VR}_{\max}$. VR_{\max} is the worst VR of the whole waveform, i.e. the VR of the CPI with the shortest PRI, and thus the shortest observation interval. VR_{\max} is calculated as the Rayleigh width of the Doppler filter main lobe for the shortest PRI, PRI_{\min} , multiplied with half of the wavelength (26)

$$\text{VR}_{\max} = \frac{1}{\text{PRI}_{\min} \cdot n_p} \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (26)$$

We assume that the DFT filter bank is used in the definitions of the second and third objective functions and that the length of DFT, i.e. the number of Doppler filters, equals the number of PRIs within the CPI, n_p , as recommended in [13].

Objective functions F_1 , F_2 , and F_3 , and the objective function vector \mathbf{F} are formally defined by (27). Final expressions for SNR_L , DVP, and VR_{\max} , are given by (18), (25), and (26), respectively

$$F_1(\mathbf{x}) \equiv \text{SNR}_L, \quad F_2(\mathbf{x}) \equiv \text{DVP}, \quad F_3(\mathbf{x}) \equiv -\text{VR}_{\max} \quad (27)$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = [F_1(\mathbf{x}) \quad F_2(\mathbf{x}) \quad F_3(\mathbf{x})]^T$$

The objective space, \mathbf{Z} , is defined in (28)

$$\mathbf{Z} = \{\mathbf{F}(\mathbf{x}) | \mathbf{x} \in \mathbf{X}\} \quad (28)$$

The MOO problem is formally defined in (29)

$$\mathbf{x}^* = \underset{\mathbf{x}}{\text{argmax}} \mathbf{F}(\mathbf{x}) \quad \text{s.t.} \quad g_j(\mathbf{x}) \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, 6 \quad (29)$$

Since some of the objective functions for this type of MOO problem are in conflict [6], there will not be a single optimal solution, but a set of PO solutions, i.e. the POS. Pareto front (PF) is the projection of the POS on the objective space.

The new model proposed here is the improved version of the previous model proposed in [6]. The models have three differences. We briefly introduce the model from [6] by summarising the differences.

Firstly, the base SPBDI width was determined on the basis of how many Doppler filters should be censored to achieve specified clutter attenuation (CA) in [6]. Gaussian clutter PSD was assumed, and the effects of filter censoring were approximated with an ideal high pass filter. However, CA was calculated using [2, Eq. 17.20], which is a non-normalised CA formula. The consequence of using the formula is that CA and the base SPBDI width depend on the scaling of Doppler filter coefficients. To avoid dependence, a different approach to determining the base SPBDI width is used in the new model.

Secondly, it was not assumed in [6] that the length of DFT equals the number of PRIs within the CPI, n_p . Thus the model from [6] is not in accordance with the recommendation in [13].

Thirdly, the sixth constraint function in (16), $g_6(\mathbf{x})$, was not used in [6], leading to the possible occurrence of degenerate solutions, in which $n_p = 1$.

4 Solution based on MOEA

Since all three decision variables are effectively positive integers, the optimisation problem described in the previous section belongs to the domain of combinatorial optimisation. Given an upper bound on x_1 and discretisation intervals for x_2 and x_3 , the feasible decision space contains the finite number of points. Thus, the POS can be found by enumerating all the points of feasible decision space, evaluating the objective functions in each of these points, and performing an exhaustive search for PO points. The search is done by comparing, in terms of objective function values, each point with all the other points. Such an approach was used with similar mathematical models in [4, 6] leading to the exact POS, at the cost of long execution time. In this study, we choose NSGA-II, a popular MOEA, as the basis of an efficient solution method. The method could enable solving the MPCIPB MOO problem online, i.e. in run-time.

NSGA-II imitates the process of natural evolution by evolving a set of points, i.e. the population, of size N_p , through N_G generations, to find a set of points, which is an approximation of the actual POS. Selection in NSGA-II is based on non-dominated sorting, which means that the points that are non-dominated [5] are considered more fit to survive. The fittest points either directly propagate to the next generation, or create offspring through crossover and mutation. NSGA-II enables solving problems with constraints and takes care that the points are distributed evenly across the approximated PF. For a detailed description of NSGA-II, the reader is referred to [19].

For the problem at hand, we use the binary-coded NSGA-II with single-point crossover, and bitwise mutation [19]. The search stops when a given number of generations, N_G , is reached. Parameters of this variant of NSGA-II are: N_p , N_G , crossover probability, p_c , and mutation probability, p_m . The choice of these parameters affects both the quality of the approximated POS, and execution time.

Prior to developing the mathematical model presented in the previous section, we studied the performance of NSGA-II for the MPCIPB waveform optimisation problem, using the mathematical model from [6]. Selected optimisation results obtained using the mathematical model from [6] are shown in Fig. 2.

Our study showed that the approximated POS obtained by a single run of NSGA-II is poor from the standpoint of solution diversity. Namely, the different solutions make <30% of the population, on average, while the rest are the overlapped solutions. Similarly, poor performance was recorded from the standpoint of convergence, since correct solutions make at most 4% of the population, on average. Furthermore, there is significant variability in the approximated POS between runs, as can be seen in Figs. 2a and b. Quality of the approximated POS is improved when population size or mutation probability are increased. The best results shown in Fig. 2c were obtained with parameter set $N_p = 1600$, $N_G = 100$, $p_c = 90\%$, $p_m = 4.3478\%$. However, these results are not repeatable in every run. Besides, different solutions comprise ~1% of the population, on average, which means that most of the processing time is wasted on finding solutions which are already found. It was observed that some of the incorrect solutions diverge from the correct ones only in the objective F_1 , and only in the variable x_2 , e.g. the three incorrect solutions in Fig. 2c.

It is hypothesised in [23] that the overlapped solutions originate from the crossover process of the NSGA-II. Solution diversity, given in terms of the number of different solutions in the population, can be improved by removing the overlapped solutions. The improvement varies from marginal to significant, depending on the type of the optimisation problem and additional modifications applied to NSGA-II. However, we believe that overlapped solution removal is not an appropriate technique for the problem at hand. Namely, thanks to overlapped solutions removal, the number of different solutions in the final population would be close to the population size [22]. For the subject problem, the cardinality of the exact POS can be several times smaller than the population size. Thus, all solutions being different from each other would imply that most of the solutions are excess non-PO solutions, which is not desirable. Therefore, we sought an alternative approach to overcome the problem of poor solution diversity and convergence in NSGA-II, as applied to the problem at hand. We came to an intuitive, engineering style solution, which we present next.

The approach we propose exploits the variability in NSGA-II results, shown in Figs. 2a and b. The basic idea of the proposed algorithm is to perform N_R runs of NSGA-II, merge the results and then perform an exhaustive search for non-dominated solutions within the merged set. The cardinality of the merged set is negligible compared to the number of points in the decision space. The algorithm, designated as NSGA-II with Combining of solution sets using the Exhaustive Search (NSGA-II + CES) is outlined in Fig. 3a.

The domain-specific procedure, which alleviates the problem of solution divergence, is outlined in Fig. 3b. The procedure corrects the solutions, which diverge from the correct ones only in the objective F_1 , and only in the variable x_2 . We designate the results obtained by running NSGA-II + CES as the combined approximations of POS (CAPOS) and PF (CAPF).

NSGA-II + CES has an additional parameter compared to NSGA-II – N_R . Within the previously mentioned study, using the mathematical model from [6], we compared the performance of NSGA-II + CES with several parameter sets. We used the total number of solutions in CAPOS, C_D , number of correct solutions in CAPOS, C_C , and the approximate number of comparison operations needed to determine CAPOS, N_C , as performance metrics. We calculated N_C as $N_C = M \cdot N_p^2 \cdot N_G \cdot N_R$, where M is the number of objectives. A performance comparison for 12 parameter sets is shown in Table 2. The number of solutions in the exact POS is 22.

None of the parameter sets provided all 22 points of the POS, as can be seen from Table 2. However, as noted in [6], only 19 points of the POS are relevant in the sense that they provide a reasonable

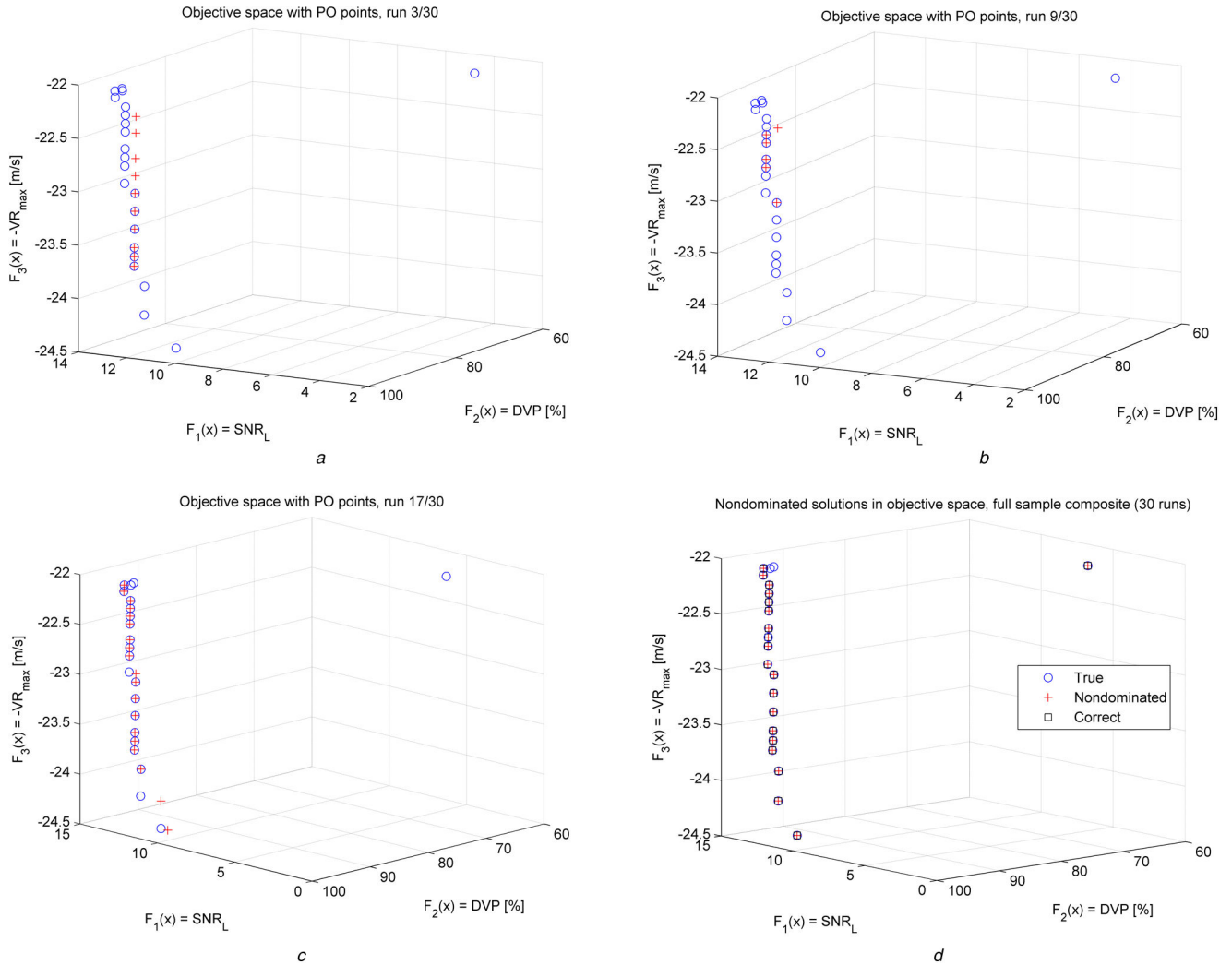


Fig. 2 Optimisation results for the mathematical model from [6], objective space, exact PF (blue circles), approximated PF (red crosses), intersection between exact and approximated PFs (black squares, only in (d))

(a) One run of NSGA-II with parameters $N_P = 100$, $N_G = 100$, $p_c = 90\%$, $p_m = 4.3478\%$, (b) Another run of NSGA-II with parameters $N_P = 100$, $N_G = 100$, $p_c = 90\%$, $p_m = 4.3478\%$, (c) One run of NSGA-II with parameters $N_P = 1600$, $N_G = 100$, $p_c = 90\%$, $p_m = 4.3478\%$, (d) One run of NSGA-II + CES with parameters $N_P = 400$, $N_G = 100$, $p_c = 90\%$, $p_m = 4.3478\%$, $N_R = 30$

trade-off between the objectives. Those 19 points were found with all 12 parameter sets. The choice among the 12 sets must be made based on N_C , which we want to be as low as possible to assure fast execution, and C_D , which we want to be as close to C_C as possible to minimise the number of excess points. Set 1 can be recommended as the overall ‘best’ set since it provides the maximal number of correct points without excess points. On the other hand, set 4 is clearly the ‘fastest’ set and could be used if execution speed is of utmost importance and the excess points can be tolerated. CAPF obtained using set 1 is shown in Fig. 2d.

5 Performance evaluation and discussion

To evaluate the performance of NSGA-II + CES with the mathematical model from Section 3, we perform a test. The test is based on a particular instantiation of the mathematical model, assuming the parameter values listed in Table 3. An upper bound of 35 is put on x_1 , while x_2 and x_3 are discretised with a 10 μ s step. The test consists of one run of NSGA-II + CES with parameters $N_P = 400$, $N_G = 100$, $p_c = 90\%$, $p_m = 4.3478\%$, $N_R = 30$, i.e. with the parameter set 1 from the preliminary study, described in Section 4.

As the ground truth for the analysis of the test results, we use the exact solution of the optimisation problem, obtained by means of exhaustive search. The exact solution is presented in Fig. 4. PF consists of four legs, but only leg $A'-B'$ is relevant from the practical standpoint as it provides reasonable trade-off between the objectives. Leg $A'-C'$, excluding point A' , is not relevant since it

provides a negligible increase in F_3 at the expense of decreasing the other two objectives. Legs $D'-E'$ and $F'-G'$ are not relevant since they provide a small increase in F_2 at the expense of a significant decrease in F_1 .

Results of the test are shown in Fig. 5, where the CAPF obtained using NSGA-II + CES is compared with the exact PF obtained by exhaustive search. It can be seen that NSGA-II + CES succeeded to find most of the PO points. In fact, only six PO points were not found. Comparing Fig. 5 with Fig. 4, it is obvious that those six points belong to the irrelevant legs of the PF. On the other hand, the relevant leg of the PF was found in its entirety. The test results indicate that NSGA-II + CES is an effective solution method for the optimisation problems with a mathematical model from Section 3.

The approximate number of comparisons needed to determine the exact POS using the exhaustive search is $N_C^{ES} = MN_S^2$, where N_S is the total number of points in the feasible decision space. For the problem instantiation used in the test, $N_S = 1, 102, 106$, which leads to $N_C^{ES} = 3, 643, 912, 905, 708$. The approximate number of comparisons needed to determine CAPOS using NSGA-II + CES is $N_C = 1, 440, 000, 000$. Thus, for the test problem, NSGA-II + CES determines the POS utilising approximately 2500 times less comparison operations than the exhaustive search, which is a difference of over three orders of magnitude. Besides, NSGA-II + CES is more scalable than the exhaustive search, since, for the former, the number of comparisons required does not depend on

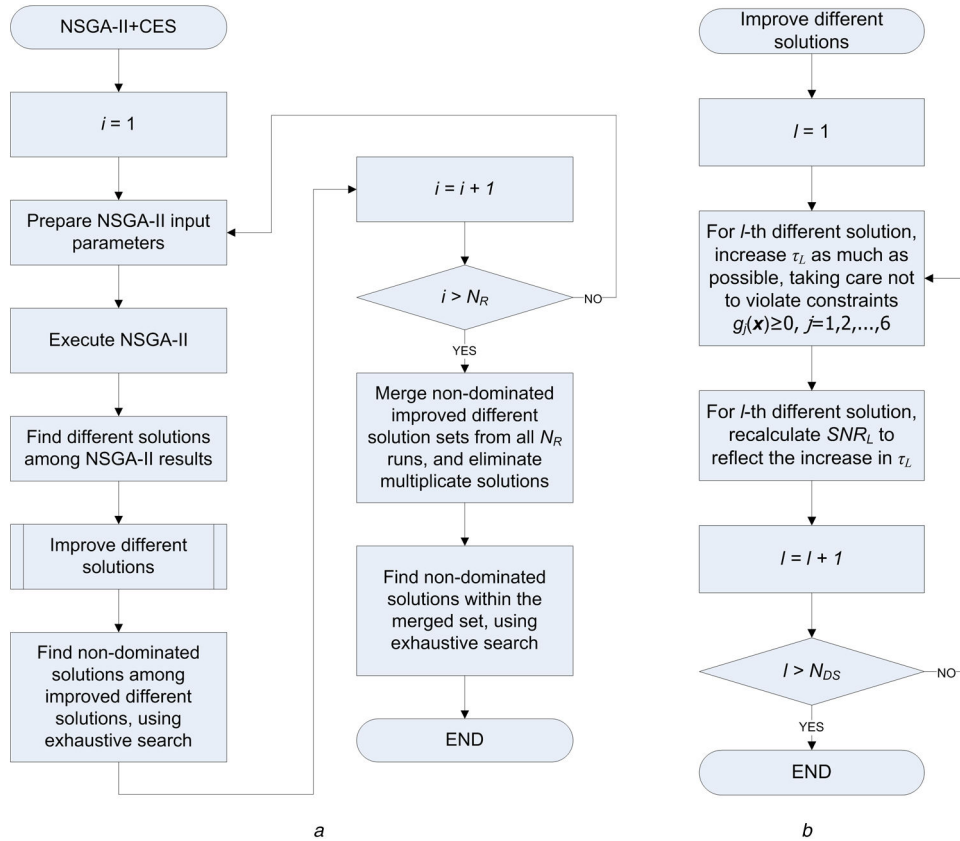


Fig. 3 NSGA-II + CES

(a) Outline of the algorithm, (b) Outline of the domain-specific procedure for correcting the solutions, where N_{DS} is the total number of solutions in a set of different solutions obtained by processing the results of one NSGA-II run

Table 2 Performance comparison of 12 NSGA-II + CES parameter sets

Set	N_P	N_G	p_c , %	p_m , %	N_R	C_D	C_C	N_C
1	400	100	90	4.3478	30	20	20	1,440,000,000
2	800	100	90	4.3478	30	19	19	5,760,000,000
3	1600	100	90	4.3478	30	19	19	23,040,000,000
4	100	25	90	4.3478	30	27	19	22,500,000
5	100	100	90	8.6957	30	27	19	90,000,000
6	100	100	90	17.3913	30	26	20	90,000,000
7	400	100	50	4.3478	100	25	21	4,800,000,000
8	400	100	50	8.6957	100	23	21	4,800,000,000
9	400	100	50	17.3913	100	28	21	4,800,000,000
10	400	100	90	4.3478	100	21	20	4,800,000,000
11	400	100	90	8.6957	100	24	21	4,800,000,000
12	400	100	90	17.3913	100	32	21	4,800,000,000

the number of points in the decision space, while for the latter, it does.

One execution of NSGA-II + CES for the problem instantiation used in the test takes <2.5 min on the contemporary computer with an Intel Core i7-4700HQ processor clocked at 2.4 GHz.

The influence of NSGA-II + CES on the radar system performance is two-fold. Firstly, if the system operates in a point belonging to POS, determined approximately by NSGA-II + CES, its performance will generally be better than if operating in a non-PO point of the decision space. Furthermore, moving between PO points can have a significant influence on the system performance. For example, moving from point B' to point A' of the PF shown in Fig. 4, 16.3% improvement in SNR and 8.8% improvement in VR can be achieved at the expense of 6.8% deterioration in DVP.

Secondly, NSGA-II + CES improves the ability of the radar system to adapt the waveform to changes in the environment, e.g. wind conditions, or the operational regime, e.g. antenna rotation speed.

6 Conclusion

We define the mathematical model of the MPCIPB waveform MOO problem. Compared to the model we previously proposed in [6], the new model includes improvements in the way one of the objective functions is calculated and a new constraint which eliminates meaningless solutions.

Furthermore, we propose an approximate method for solving the problem. The method, called NSGA-II + CES, determines the approximate POS by combining the results of multiple NSGA-II runs using the exhaustive search, while simultaneously improving the solutions using the domain specific correction. We compare NSGA-II + CES with the trivial solution method of exhaustive search. The differences between the approximate solution provided by NSGA-II + CES, and the exact solution provided by exhaustive search, are insignificant. In terms of the number of comparison operations required to determine the POS, NSGA-II + CES is more scalable, and over three orders of magnitude more computationally efficient than the exhaustive search. Thus, NSGA-II + CES is more

Table 3 Mathematical model parameter set corresponding to hypothetical modern VHF radar

Parameter	Value
P_t	8 kW
G	426
λ	1.6667 m
T_0	290 K
θ_s	6°
ω	36°/s
F	1.6965
L_S	26.3027
σ	5 m ²
R_{\min}	1.5 km
R_l	360 km
v_{\max}	700 m/s
D	0.1
Q_{SNR}	10
N	4
σ_{tw}	0.3 Hz

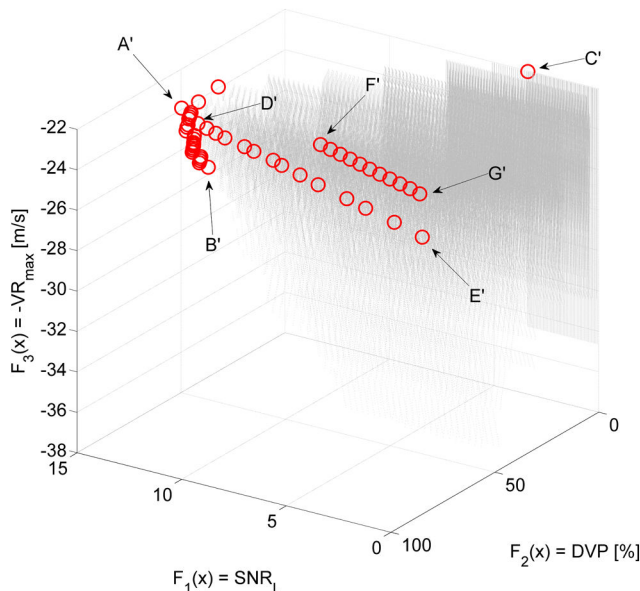


Fig. 4 Objective space (grey) and exact PF (red circles) for the problem instantiation used in the test

viable for the use in the online adaptation of the waveform, than the exhaustive search.

Future work could generally go into two directions. The first direction is the further improvement of the mathematical model. One of the ideas is to introduce the number of PRIs, N , as a decision variable. The second direction is the reduction of the time required to solve the problem. NSGA-II + CES could be improved in various ways, e.g. parallelising the execution, or modifying the base NSGA-II as suggested in [22]. However, other metaheuristic algorithms could be considered, too, e.g. the Multi-objective variable neighborhood search (MO-VNS) [24], which seems to perform better than NSGA-II for some classes of combinatorial optimisation problems.

7 Acknowledgments

This work was supported by the Ministry of Education, Science and Technological Development of the Republic of Serbia under Grant TR32051. The authors are grateful to Marija Nedeljković, the professional English translator of the Institute ‘Mihailo Pupin’, for proofreading the manuscript.

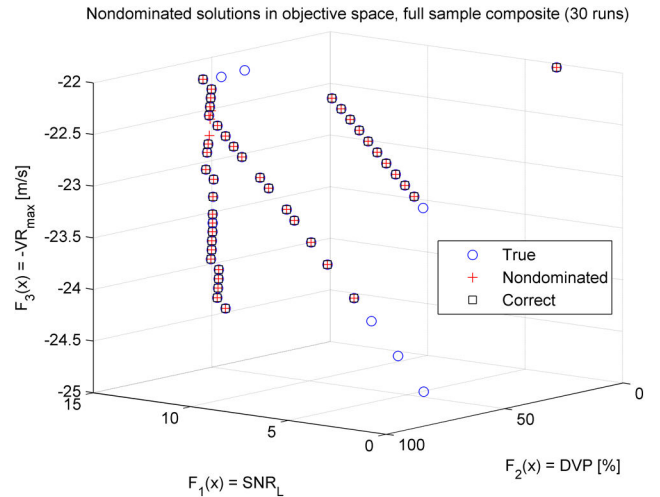


Fig. 5 Optimisation results for the problem instantiation used in the test, objective space, one run of NSGA-II + CES with parameters $N_p = 400$, $N_G = 100$, $p_c = 90\%$, $p_m = 4.3478\%$, $N_R = 30$, exact PF (blue circles), CAPF (red crosses), intersection between PF and CAPF (black squares)

8 References

- [1] Skolnik, M.I.: ‘Radar handbook’ (McGraw-Hill, New York, NY, USA, 2008, 3rd edn.)
- [2] Richards, M.A., Scheer, J.A., Holm, W.A.: ‘Principles of modern radar, vol. I: basic principles’ (SciTech Publishing, Edison, NJ, USA, 2010)
- [3] Rihaczek, A.W.: ‘Choice of burst number for blind-speed avoidance’, *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, 1973, **9**, (5), pp. 778–781
- [4] Jevtić, M., Zogović, N., Graovac, S.: ‘Multiobjective approach to optimal waveform design for solid-state VHF pulse-Doppler air surveillance radar’. Proc. 2nd Int. Conf. on Electrical, Electronic and Computing Engineering IcETRAN 2015, Silver Lake, Serbia, June 2015, p. AUI2.3.1–6
- [5] Marler, R.T., Arora, J.S.: ‘Survey of multi-objective optimization methods for engineering’, *Struct. Multidiscip. Optim.*, 2004, **26**, (6), pp. 369–395
- [6] Jevtić, M., Zogović, N., Graovac, S.: ‘Optimal pulse-Doppler waveform design for VHF solid-state air surveillance radar’, in Dörner, K.F., et al. (Eds.): ‘Operations research proceedings 2015’ (Springer International Publishing, Switzerland, 2017), pp. 309–315
- [7] Sen, S.K., Ali Shaykhian, G.: ‘Exhaustive versus randomized searches for nonlinear optimization in 21st century computing: solar application’, *Neural Parallel Sci. Comput.*, 2010, **18**, (3–4), pp. 487–498
- [8] Zhou, A., Qu, B.Y., Li, H., et al.: ‘Multiobjective evolutionary algorithms: A survey of the state of the art’, *Swarm. Evol. Comput.*, 2011, **1**, (1), pp. 32–49
- [9] Davies, P.G., Hughes, E.J.: ‘Medium PRF set selection using evolutionary algorithms’, *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, 2002, **38**, (3), pp. 933–939
- [10] Alabaster, C.M., Hughes, E.J., Matthew, J.H.: ‘Medium PRF radar PRF selection using evolutionary algorithms’, *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, 2003, **39**, (3), pp. 990–1001
- [11] Wiley, D., Parry, S., Alabaster, C., et al.: ‘Performance comparison of PRF schedules for medium PRF radar’, *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, 2006, **42**, (2), pp. 601–611
- [12] Hughes, E.J.: ‘Radar waveform optimisation as a many-objective application benchmark’. Proc. 4th Int. Conf. on Evolutionary Multi-Criterion Optimization EMO’07, Matsushima, Japan, March 2007, pp. 700–714
- [13] Rihaczek, A.W.: ‘A systematic approach to blind-speed elimination’, *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, 1973, **9**, (6), pp. 940–947
- [14] Stocker, A.D.: ‘Dwelltime minimization for radar target detection in the clear’, *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, 1987, **23**, (1), pp. 130–138
- [15] Sedivy, P.: ‘Radar PRF staggering and agility control maximizing overall blind speed’. Proc. 13th Conf. on Microwave Techniques COMITE 2013, Pardubice, Czech Republic, April 2013, pp. 197–200
- [16] Ning, Y., Bai, X., Zhou, F., et al.: ‘Method for inverse synthetic aperture radar imaging of space debris using improved genetic algorithm’, *IET Radar Sonar Navig.*, 2017, **11**, (5), pp. 812–821
- [17] Wang, J., Zhou, F., Tao, M., et al.: ‘System parameter optimisation for moving target detection and imaging in multi-band synthetic aperture radar based on genetic algorithm’, *IET Radar Sonar Navig.*, 2016, **10**, (1), pp. 146–154
- [18] Winsor, C., Hughes, E.J.: ‘Optimisation and evaluation of receiver search strategies for electronic support’, *IET Radar Sonar Navig.*, 2012, **6**, (4), pp. 233–240
- [19] Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., et al.: ‘A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II’, *IEEE Trans. Evol. Comput.*, 2002, **6**, (2), pp. 182–197
- [20] Han, Q., Pan, M., Gong, S., et al.: ‘Resource management of opportunistic digital array radar antenna aperture for pattern synthesis’, *IET Radar Sonar Navig.*, 2017, **11**, (5), pp. 829–837
- [21] Kassab, R.: ‘Design of LPI waveforms for monostatic radar’. PhD thesis, University Pierre et Marie Curie Paris VI, 2009

- [22] Ischibuchi, H., Narukawa, K., Nojima, Y.: 'Handling of overlapping objective vectors in evolutionary multiobjective optimization', *Int. J. Comput. Intell. Res.*, 2005, 1, (1), pp. 1–18
- [23] Zhu, Y., Xie, J., Zheng, J., *et al.*: 'Research on overlapping individuals in MOEAs: causation, probability for quantity and influence on assessment'. Proc. Sixth Int. Conf. on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery FSKD'09, Tianjin, China, August 2009, pp. 14–19
- [24] Duarte, A., Pantrigo, J.J., Pardo, E.G., *et al.*: 'Multi-objective variable neighborhood search: an application to combinatorial optimization problems', *J. Glob. Opt.*, 2015, 63, (3), pp. 515–536
- [25] Graham, R.L., Knuth, D.E., Patashnik, O.: '*Concrete mathematics – a foundation for computer science*' (Addison-Wesley Professional, Reading, MA, 1994, 2nd edn.)

9 Appendix

9.1 Appendix 1: derivation of the base SPBDI width

Rihaczek [13] proposed an approximate approach for determining the number of Doppler filters blinded by clutter. The number can, in turn, be used to calculate the base SPBDI width. The approach is based on comparing the limiting frequencies of the clutter, which is assumed to be band-limited, with the limiting frequencies of the Doppler filter main lobe. If the clutter interval intersects with the filter main lobe, the filter is considered blinded by clutter.

For the problem at hand, we assume that the centre of the clutter coincides with the centre of the zeroth filter. The assumption is appropriate since the ground clutter is centred at zero Doppler and the DFT filter bank processing is used. It turns out that the number of blinded filters, n_f , has the form of (30)

$$n_f = 2k_f + 1; \quad k_f \in \mathbb{N} \quad (30)$$

If $\Delta v_{cl, \max}$ is the maximal width of the clutter, which blinds n_f filters with Rayleigh width w_{10} , then (31) applies

$$\Delta v_{cl, \max} = k_f \cdot 2w_{10} \quad (31)$$

After introducing the clutter width, Δv_{cl} , turning (31) into inequality, and rearranging, we obtain (32)

$$k_f \geq \frac{\Delta v_{cl}}{2w_{10}} \quad (32)$$

Since k_f is a positive integer, (32) can be expressed as equality (33)

$$k_f = \left\lceil \frac{\Delta v_{cl}}{2w_{10}} \right\rceil \quad (33)$$

We use the Gaussian model of the clutter PSD [1, p. 2.11]. Since most of the clutter power is concentrated around the centre of the Gaussian, the band-limited approximation is applicable. Since the clutter power out of the ± 4 standard deviations from the centre is >40 dB lower than the total clutter power, we deem that the approximation in (34) is appropriate, where σ_f is the standard deviation of the Gaussian used to model the clutter PSD

$$\Delta v_{cl} \simeq 8 \cdot \sigma_f \quad (34)$$

The width of the base SPBDI is given by (35) [13, Eq.1]

$$\Delta v_b = n_f \cdot w_{10} \quad (35)$$

By combining (30), (33)–(35), we obtain (19).

9.2 Appendix 2: derivation of the sixth constraint function

The purpose of the sixth constraint function, $g_6(\mathbf{x})$, in (16) is to assure that $n_p > 1$. Combining (1) and (10), we obtain (36)

$$n_p = \left\lfloor \frac{\theta_3}{\omega} \cdot \frac{r^* + \Delta r_{\min}}{r^* + \Delta r_{\text{avg}}} \cdot \frac{1}{N \cdot \text{PRI}_{\min}} \right\rfloor \quad (36)$$

Following [25, Eq.3.7.d], we obtain (37)

$$\begin{aligned} 2 &\leq \frac{\theta_3}{\omega} \cdot \frac{r^* + \Delta r_{\min}}{r^* + \Delta r_{\text{avg}}} \cdot \frac{1}{N \cdot \text{PRI}_{\min}} \\ \Leftrightarrow 2 &\leq \left\lfloor \frac{\theta_3}{\omega} \cdot \frac{r^* + \Delta r_{\min}}{r^* + \Delta r_{\text{avg}}} \cdot \frac{1}{N \cdot \text{PRI}_{\min}} \right\rfloor \\ \Leftrightarrow 2 &\leq n_p \end{aligned} \quad (37)$$

After rearranging, it can be seen that the leftmost inequality in (37) is equivalent to $g_6(\mathbf{x}) \geq 0$, which in turn means that $g_6(\mathbf{x}) \geq 0 \Leftrightarrow n_p \geq 2 \Leftrightarrow n_p > 1$.

Милош Јевтић, листа техничких решења

M81

1. **Jevtić, M.**, Stamatović, M., Tatarević, M., Simić, D., Hrašovec, M., Marić, M., Marković, K., Lacmanović, T., Masnikosa, I., Stojkov, S., Kisić, U., Kadić, O., Mišić, B., Pejakov, D., Katić, M., Bogdanović, N., Đorđević, B., Zogović, N., Graovac, S., Marinković, S., Simeunović, V., „Modernizacioni komplet za radar S-600,“ Univerzitet u Beogradu, Institut „Mihajlo Pupin“, Tehničko rešenje TR-720-203-16/01, decembar 2016.

M82

1. Stamatović, M., Hrašovec, M., **Jevtić, M.**, Marković, K., Pajić, T., Kisić, U, Tatarević, M., "Centar vazdušnog osmatranja i javljanja (C VOJ) M11 – gradivni blok budućeg mrežno orijentisanog sistema vazdušnog osmatranja," Univerzitet u Beogradu, Institut „Mihajlo Pupin“, Tehničko rešenje TR-720-203-14/CVOJ, 2014.
2. Simeunović, V., Marić, M., Stamatović, M., Marinković, S., **Jevtić, M.**, Marković, K., Pajić, T., „IMPTTSc - Daljinski senzorski sistem za nadzor i kontrolu pristupa telekomunikacionim oknima,“ Univerzitet u Beogradu, Institut „Mihajlo Pupin“, Tehničko rešenje TR-720-203-12/IMPTTSc, 2012.
3. Стевица Граовац, Бранко Ковачевић, Жељко Ђуровић, Томислав Шекара, Вељко Папић, Горан Квашчев, Предраг Тадић, Бранко Каран, Роберт Бенчик, Бранислав Мишић, Милован Стаматовић, Оливера Кадић, **Милош Јевтић**, Срђан Милованов, Ана Анђелковић, Уна Кисић, Ирина Стефановић, „Интегрисани систем инцерцијанле навигације и глобалног позиционирања на копненим возилима,“ Београд, 2009.

M83

1. Hrašovec, M., **Jevtić, M.**, Kadić, O., Mišić, B., Todorović, A., Stamatović, M., Živković, V., Kisić, U., Zogović, N., „Računarska mreža za obradu podataka radarske stanice (RMRSt),“ Univerzitet u Beogradu, Institut „Mihajlo Pupin“, Tehničko rešenje TR-720-203-09/RMRSt, 2009.
2. Hrašovec, M., Živković, V., Stamatović, M., **Jevtić, M.**, Todorović, A., Ivančajić, Z., Mišić, B., Kadić, O., Zogović, N., „Simulator leta aviona SL-G4,“ Univerzitet u Beogradu, Institut „Mihajlo Pupin“, Tehničko rešenje TR-720-203-09/SLG4, 2009.

M84

1. Hrašovec, M., Todorović, A., **Jevtić, M.**, Marković, K., Pajić, T., Tatarević, M., Graovac, S., „Podsystem za razmenu podataka među čvorovima mrežno orijentisanog sistema vazdušnog osmatranja,“ Univerzitet u Beogradu, Institut „Mihajlo Pupin“, Tehničko rešenje TR-720-203-15/KB, 2015.
2. **Jevtić, M.**, Marković, K., Mišić, B., Pajić, T., Stamatović, M., Marić, M., „Modul za automatsko praćenje pokretnih ciljeva namenjen za primenu u osmatračkim radarima,“ Univerzitet u Beogradu, Institut „Mihajlo Pupin“, Tehničko rešenje TR-720-203-13/MAPPC, 2013.

3. Hrašovec, M., Jovanović, Z., Todorović, A., **Jevtić, M.**, Mišić, B., Marković, K., Pajić, T., „Sistem za upravljanje i nadzor u modernizovanim osmatračkim radarima starije proizvodnje,“ Univerzitet u Beogradu, Institut „Mihajlo Pupin“, Tehničko rešenje TR-720-203-12/SUN, 2012.
4. **Jevtić, M.**, Kadić, O., Mišić, B., Stamatović, M., Hrašovec, M., Živković, V., „Ekstraktor radarskih podataka za primenu u modernizovanim radarima stare proizvodnje,“ Univerzitet u Beogradu, Institut „Mihajlo Pupin“, Tehničko rešenje TR-720-203-11/ERP, 2011.
5. Stamatović, M., **Jevtić, M.**, Tatarević, M., Kisić, U., Zogović, N., Ivančajić, Z., „Digitalni radarski pokazivač za primenu u modernizovanim radarima stare proizvodnje i mobilnim centrima Vazdušnog osmatranja i javljanja,“ Univerzitet u Beogradu, Institut „Mihajlo Pupin“, Tehničko rešenje TR-720-203-11/DiRP, 2011.
6. Živković, V., Hrašovec, M., Stamatović, M., **Jevtić, M.**, Kadić, O., Zogović, N., Mišić, B., Todorović, A., Ivančajić, Z., Minić, M., „Automatizovani radio-tehnički izviđački sistem (ARTIS),“ Univerzitet u Beogradu, Institut „Mihajlo Pupin“, Tehničko rešenje TR-720-203-07/ARTIS, 2007.

M85

1. **Jevtić, M.**, Marković, K., Pajić, T., Mišić, B., Kadić, O., Kisić, U., Graovac, S., "Modul za fuziju tragova namenjen za primenu u mrežno orijentisanim sistemima vazdušnog osmatranja," Univerzitet u Beogradu, Institut „Mihajlo Pupin“, Tehničko rešenje TR-720-203-14/FT, 2014.
2. **Jevtić, M.**, Tatarević, M., Marković, K., Pajić, T., Stamatović, M., Marić, M., „Softverski modul za radarsku sken-konverziju uz pomoć grafičkog procesora,“ Univerzitet u Beogradu, Institut „Mihajlo Pupin“, Tehničko rešenje TR-720-203-13/GARSC, 2013.
3. **Jevtić, M.**, Stamatović, M., Pajić, T., Marković, K., Tatarević, M., Marić, M., „Midlver za razmenu podataka u distribuiranim softverskim sistemima zasnovan na principu publish-subscribe,“ Univerzitet u Beogradu, Institut „Mihajlo Pupin“, Tehničko rešenje TR-720-203-13/MRP, 2013.
4. Стевица Граовац, Бранко Ковачевић, Жељко Ђуровић, Томислав Шекара, Вељко Папић, Горан Квашчев, Предраг Тадић, Бранко Каран, Роберт Бенчик, Бранислав Мишић, Милован Стаматовић, Оливера Кадич, **Милош Јевтић**, Срђан Милованов, Ана Анђелковић, Уна Кисић, Ирина Стефановић, „Развој софтвера за подршку новој методи интеграције система инерцијалне и сателитске навигације,“ Београд, 2009.

Никола Зоговић, листа техничких решења

M81

1. Jevtić, M., Stamatović, M., Tatarević, M., Simić, D., Hrašovec, M., Marić, M., Marković, K., Lacmanović, T., Masnikosa, I., Stojkov, S., Kisić, U., Kadić, O., Mišić, B., Pejakov, D., Katić, M., Bogdanović, N., Đorđević, B., **Zogović, N.**, Graovac, S., Marinković, S., Simeunović, V., „Modernizacioni komplet za radar S-600,“ Univerzitet u Beogradu, Institut „Mihajlo Pupin“, Tehničko rešenje TR-720-203-16/01, decembar 2016.

M83

1. S. Ceramilac, **N. Zogovic**, „Open architecture noninvasive system with autonomous supply for remote beehive control and monitoring – supply subsystem“, 2015, technical solution.
2. Hrašovec, M., Jevtić, M., Kadić, O., Mišić, B., Todorović, A., Stamatović, M., Živković, V., Kisić, U., **Zogović, N.**, „Računarska mreža za obradu podataka radarske stanice (RMRSt),“ Univerzitet u Beogradu, Institut „Mihajlo Pupin“, Tehničko rešenje TR-720-203-09/RMRSt, 2009.
3. Hrašovec, M., Živković, V., Stamatović, M., Jevtić, M., Todorović, A., Ivančajić, Z., Mišić, B., Kadić, O., **Zogović, N.**, „Simulator leta aviona SL-G4,“ Univerzitet u Beogradu, Institut „Mihajlo Pupin“, Tehničko rešenje TR-720-203-09/SLG4, 2009.

M84

1. B. Djordjevic, M. Mutavdzic, **N. Zogovic**, „Software package integration of geoserver with Oracle DBMS on Linux distributions“, 2012.
2. Stamatović, M., Jevtić, M., Tatarević, M., Kisić, U., **Zogović, N.**, Ivančajić, Z., „Digitalni radarski pokazivač za primenu u modernizovanim radarima stare proizvodnje i mobilnim centrima Vazdušnog osmatranja i javljanja,“ Univerzitet u Beogradu, Institut „Mihajlo Pupin“, Tehničko rešenje TR-720-203-11/DiRP, 2011.
3. V. Kovacevic, D. Zivanovic, Z. Stojkovic, G. Dimic, M. Nikolic, M. Oklobdzija, **N. Zogovic**, „WSN MOTE1 - The specification of the system architecture, component selection and consumption“, 2010.
4. Živković, V., Hrašovec, M., Stamatović, M., Jevtić, M., Kadić, O., **Zogović, N.**, Mišić, B., Todorović, A., Ivančajić, Z., Minić, M., „Automatizovani radio-tehnički izviđački sistem (ARTIS),“ Univerzitet u Beogradu, Institut „Mihajlo Pupin“, Tehničko rešenje TR-720-203-07/ARTIS, 2007.

M85

1. B. Djordjevic, V. Timcenko, S.B. Rakas, Z. Stojkovic, V. Ristic, M. Maric, **N. Zogovic**, „Determination of optimal 64 bit file system at Linux OS and its application to LPA application“, 2016.
2. **N. Zogovic**, D. Bajic, G Dimic, „Method for automatic packet retransmission with the expected maximum number of retransmissions of that belongs to the set of real numbers not less than zero“, 2014.

3. D. Bajic, G Dimic, **N. Zogovic**, "Hybrid procedure for errors testing and selective retransmission packet transfer in a joint package of unequal length using integer code protection systems in low-power wireless sensor networks", 2013.
4. D. Bajic, G Dimic, **N. Zogovic**, "Low consumption integer protection code for the combined packages of unequal length in systems of wireless sensor networks", 2013.
5. G. Dimić, A. Kabović, **N. Zogović**, M. Kabović, N. Nenadić, M. Španović, J. Anđelković, N. Antić, "Development of a prototype with GPRS module - gateway: Defining hardware architecture, component selection", 2010.

Стевица Граовац, листа техничких решења

M81

1. Jevtić, M., Stamatović, M., Tatarević, M., Simić, D., Hrašovec, M., Marić, M., Marković, K., Lacmanović, T., Masnikosa, I., Stojkov, S., Kisić, U., Kadić, O., Mišić, B., Pejakov, D., Katić, M., Bogdanović, N., Đorđević, B., Zogović, N., **Graovac, S.**, Marinković, S., Simeunović, V., „Modernizacioni komplet za radar S-600,“ Univerzitet u Beogradu, Institut „Mihajlo Pupin“, Tehničko rešenje TR-720-203-16/01, decembar 2016.

M82

1. **Стевица Граовац**, Бранко Ковачевић, Жељко Ђуровић, Томислав Шекара, Вељко Папић, Горан Квашчев, Предраг Тадић, Бранко Каран, Роберт Бенчик, Бранислав Мишић, Милован Стаматовић, Оливера Кадић, Милош Јевтић, Срђан Милованов, Ана Анђелковић, Уна Кисић, Ирина Стефановић, „Интегрисани систем инерцијанле навигације и глобалног позиционирања на копненим возилима,“ Београд, 2009.

M84

1. Hrašovec, M., Todorović, A., Jevtić, M., Marković, K., Pajić, T., Tatarević, M., **Graovac, S.**, „Podsystem za razmenu podataka među čvorovima mrežno orijentisanog sistema vazdušnog osmatranja,“ Univerzitet u Beogradu, Institut „Mihajlo Pupin“, Tehničko rešenje TR-720-203-15/KB, 2015.

M85

1. Jevtić, M., Marković, K., Pajić, T., Mišić, B., Kadić, O., Kisić, U., **Graovac, S.**, "Modul za fuziju tragova namenjen za primenu u mrežno orijentisanim sistemima vazdušnog osmatranja," Univerzitet u Beogradu, Institut „Mihajlo Pupin“, Tehničko rešenje TR-720-203-14/FT, 2014.
2. **Стевица Граовац**, Бранко Ковачевић, Жељко Ђуровић, Томислав Шекара, Вељко Папић, Горан Квашчев, Предраг Тадић, Бранко Каран, Роберт Бенчик, Бранислав Мишић, Милован Стаматовић, Оливера Кадић, Милош Јевтић, Срђан Милованов, Ана Анђелковић, Уна Кисић, Ирина Стефановић, „Развој софтвера за подршку новој методи интеграције система инерцијалне и сателитске навигације,“ Београд, 2009.

Бранко Ковачевић, листа техничких решења

M82

1. Стевица Граовац, **Бранко Ковачевић**, Жељко Ђуровић, Томислав Шекара, Вељко Папић, Горан Квашчев, Предраг Тадић, Бранко Каран, Роберт Бенчик, Бранислав Мишић, Милован Стаматовић, Оливера Кадић, Милош Јевтић, Срђан Милованов, Ана Анђелковић, Уна Кисић, Ирина Стефановић, „Интегрисани систем инерцијанле навигације и глобалног позиционирања на копненим возилима,“ Београд, 2009.

M85

1. Стевица Граовац, **Бранко Ковачевић**, Жељко Ђуровић, Томислав Шекара, Вељко Папић, Горан Квашчев, Предраг Тадић, Бранко Каран, Роберт Бенчик, Бранислав Мишић, Милован Стаматовић, Оливера Кадић, Милош Јевтић, Срђан Милованов, Ана Анђелковић, Уна Кисић, Ирина Стефановић, „Развој софтвера за подршку новој методи интеграције система инерцијалне и сателитске навигације,“ Београд, 2009.